REPORTE DE INVESTIGACIÓN

EL TEOREMA DE UN ERROR BICENTENARIO

Dr. Fernando Antonio Noriega Ureaña

El presente reporte corresponde al proyecto de investigación "Macroeconomía Abierta en la Teoría de la Inexistencia del Mercado de Trabajo", perteneciente al Área de Investigación en Integración Económica del Departamento de Economía y de la División de Ciencias Sociales y Humanidades, Unidad Azcapotzalco de la UAM.

Uno de los postulados más comunes en las demostraciones sobre la existencia del equilibrio general competitivo es que las empresas tienen rendimientos constantes a escala; sin embargo en el presente reporte se demuestra que este postulado de tradición neoclásica sobre el cálculo económico de la empresa competitiva es ineficiente (además de violar el primer teorema del bienestar), sobre todo al considerar como función objetivo la maximización de la masa de beneficios. Se plantea entonces un cálculo analíticamente superior, el cual se efectúa bajo un escenario de rendimientos decrecientes a escala El resultado es de primer orden para para el campo de estudio de los microfundamentos del análisis macroeconómico.

Dr. Ricardo Marcos Buzo de la Peña
Jefe del Área de Investigación en Integración Económica

TEOREMA DE INEFICIENCIA, EPÍLOGO DE UN ERROR BICENTENARIO*

Ex aperta libris, ad feminae et viri unius dogma

REPORTE DE INVESTIGACIÓN[1]

Fernando Antonio Noriega Ureña[2]
Departamento de Economía
Universidad Autónoma Metropolitana
Unidad Azcapotzalco
México, septiembre de 2011

El objetivo de esta investigación es demostrar que el cálculo económico de la empresa competitiva postulado por la tradición neoclásica es ineficiente y viola el primer teorema del bienestar. A partir de dicha demostración, se replantea el cálculo y se demuestra que el replanteamiento propuesto es analíticamente superior. La demostración se efectúa bajo rendimientos decrecientes, debido a la trascendencia de esta condición en los microfundamentos del análisis macroeconómico.

ECONLIT Classification:D21, D30, D41, D50, D61
Palabras Clave: Producción, Eficiencia, Bienestar, Distribución

1. ANTECEDENTES

La conducta de la empresa competitiva en la teoría neoclásica se explica a partir de tres hipótesis: la primera, que los precios son datos conocidos y disponibles para ella, y que en vigencia de los mismos puede comprar la cantidad de insumos y vender la cantidad de producto que desee; la segunda, que su motivo para producir es la maximización de beneficios, objetivo que buscará a los precios vigentes, y la tercera, que la restricción que debe afrontar para realizar su conducta maximizadora, es la tecnología disponible: maximizará sus beneficios en el punto del conjunto de sus posibilidades técnicas de producción en el que la diferencia entre el valor total de su producto y el costo total de sus insumos sea la más alta, dados los precios.

Obsérvese que la tercera hipótesis implica que habrá conjuntos de posibilidades técnicas de producción que harán posible que la empresa competitiva obtenga beneficios positivos, y habrá también los que le impliquen beneficios negativos o nulos, cualesquiera sean los precios en ambiente competitivo. Los beneficios estarán determinados, en última instancia, por las propiedades de la tecnología disponible

* Este ensayo ha sido escrito para el libro *CUATRO ENSAYOS SOBRE TEORÍA DE LA INEXISTENCIA DEL MERCADO DE TRABAJO*, perteneciente a los Cuerpos Académicos PROMEP de Economía, del ICEA de la Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, y de Economía Internacional, del Departamento de Economía, DCSH, de la Universidad Autónoma Metropolitana – Unidad Azcapotzalco.

[1] Reporte de Investigación correspondiente al Proyecto de Investigación "Macroeconomía Abierta en la Teoría de la Inexistencia del Mercado de Trabajo", perteneciente al Área de Investigación en Integración Económica, Departamento de Economía, División de Ciencias Sociales y Humanidades, Unidad Azcapotzalco de la UAM. Aunque los resultados aquí contenidos son definitivos, la prosa analítica con la que se exponen podría variar en la versión final.

[2] Profesor-Investigador Titular de Tiempo Completo, Miembro del Área de Investigación *Integración Económica*. <noriega@correo.azc.uam.mx>

para la empresa. Si los insumos son remunerados según sus productividades marginales y el conjunto de posibilidades técnicas de producción es de rendimientos a escala crecientes, los beneficios serán negativos; en cambio, si la empresa afronta rendimientos a escala constantes, los beneficios serán nulos; pero con rendimientos a escala decrecientes, los beneficios serán estrictamente positivos. Es decir que los beneficios, además de ser un residuo técnico, a precios competitivos dependerán en su signo del tipo de rendimientos.

En las demostraciones de existencia del equilibrio general competitivo se ha hecho común el asumir rendimientos a escala constantes, bajo el argumento de que esa es la implicación de hacer vigentes las condiciones de aditividad e inacción, de las que se desprende que el tamaño óptimo de la industria en el largo plazo está señalado precisamente por la existencia de beneficios nulos. Se admite esto como una implicación de la hipótesis *ad hoc* de que bajo libre entrada y salida no habrá incentivos de expulsión ni de admisión de unidades productivas. El cuadro analítico de equilibrio general se completa, por tanto, suponiendo rendimientos a escala constantes, número positivo finito y exógenamente determinado de unidades productivas, y beneficios nulos para la empresa individual y también para la industria. Se trata de una hipótesis que fuerza la determinación exógena del tamaño de la industria y por tanto de las empresas, sin cuya determinación el equilibrio se indetermina.

En contraste, en esta investigación se propone una demostración de que la maximización de la masa de beneficios como función objetivo es ineficiente, tanto para la empresa competitiva individual cuanto para el agregado, en el sentido que señala la propia teoría neoclásica: con el mismo volumen de recursos que deciden demandar las empresas a los precios vigentes, se puede producir más, ganar más y lograr una dimensión más competitiva de la industria. La demostración deriva única y exclusivamente de las condiciones propias de la teoría neoclásica, y aunque después se vincula con el teorema de superioridad de la teoría de la inexistencia del mercado de trabajo, debe su resultado a condiciones que no requieren de esta última.

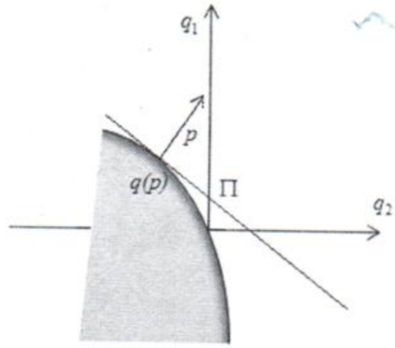
Se asume un escenario de rendimientos a escala decrecientes, de manera que el tamaño de la empresa individual a los precios vigentes se determina endógenamente, acompañado de magnitud positiva de beneficios. La adopción de este escenario se verifica en el marco de la discusión de la hipótesis de libre entrada y salida; asunto central para la demostración que se propone.

2. LA FUNCIÓN OBJETIVO

Para explicar en los propios términos de la teoría neoclásica las razones por las que los productores buscan maximizar su masa de beneficios en un sistema plenamente descentralizado, competitivo y de propiedad privada, supóngase una empresa cualquiera de todas las existentes en la industria, misma que, siendo p el vector de precios, q el vector de cantidades –con magnitudes positivas las de productos y negativas las de insumos– y Q el conjunto de posibilidades técnicas de producción, que se supone estrictamente convexo, realiza el siguiente cálculo:

$$\begin{aligned} &\underset{q}{Máx}\ p \cdot q \\ &S.a\ q \in Q \end{aligned} \qquad (1)$$

Si se tratara de un sistema conformado únicamente de dos bienes, su gráfica sería:



Gráfica 1
Equilibrio de la firma competitiva

Análogamente, el cálculo del consumidor representativo, propietario parcial de cualesquiera empresas existentes en la industria, muestra de la siguiente manera por qué la ecuación (1) es la función objetivo que los propietarios les indicarán a los gerentes a seguir en las empresas:

$$\begin{aligned} &\underset{x_i \geq 0}{Máx}\, u_i(x_i) \\ &S.a \qquad\qquad\qquad\qquad (2) \\ &p \cdot x_i \leq w_i + \theta_i p \cdot q \end{aligned}$$

En el miembro derecho de la restricción presupuestal de (2) se distinguen los ingresos que provienen de la venta de factores a las empresas por parte del i-ésimo consumidor (w_i), y aquellos que provienen de sus derechos de propiedad sobre las empresas ($\theta_i p \cdot q$), según la regla de participación: $\sum_i \theta_i = 1$. Así, todos los propietarios, que son consumidores procurarán, a través de la máxima masa de beneficios de las empresas de las que son propietarios, tener el presupuesto más alto posible para financiar sus decisiones de consumo.

3. INEFICIENCIA EN UN ESCENARIO SIMPLE

Supóngase ahora, para simplificar, una economía en la que existe sólo un producto no durable (q),[3] y el trabajo como único factor de producción (T); es decir, un escenario de dos bienes para los consumidores: el producto y el tiempo de ocio (S=τ-T_o).[4] Hay perfecta divisibilidad, información completa y libre entrada y salida de unidades productivas, y cada empresa puede estar conformada por una o más de éstas, según lo indique su conducta maximizadora.

En apego a las pautas metodológicas de la teoría neoclásica, supóngase inicialmente que existen n empresas, n>0, todas precio-aceptantes y con funciones de producción de rendimientos marginales decrecientes, de la forma: $q_o = T_d^{\alpha}$, $\alpha \in (0,1)$

[3] Para toda variable, los subíndices "o" y "d" denotarán demanda y oferta, respectivamente.
[4] Un caso semejante al representado en la gráfica 1.

El precio nominal del producto es igual a uno, y el salario real (w), es una magnitud positiva igual al producto marginal del trabajo. La economía se halla en pleno empleo.

Los consumidores, propietarios de todas las empresas según el patrón de participación expuesto en (2), se aprestan a comparar los resultados que alcanzarían si en lugar de quedarse en el plan maximizador de la masa de beneficios, buscaran una tasa interna de retorno cada vez más elevada que la que corresponde a dicho plan, empleando en la comparación la misma cantidad de trabajo o esfuerzo social determinado en el plan maximizador de beneficios. La tasa de beneficio o tasa interna de retorno se define como el cociente de la masa de beneficios entre el costo total, para cada posible plan de producción. Para efectuar la comparación, los consumidores considerarán las propiedades de ambas funciones: masa y tasa de beneficios.

La *masa real de beneficios* de cualquiera de las n empresas, expresada como función del trabajo empleado, está dada por:

$$\Pi\,(T_d) = T_d^{\alpha} - wT_d\,; \quad \alpha \in (0,1) \qquad (3)$$

Por (3) se sabe que la primera y segunda derivadas de esta función están dadas por:

$$\frac{\partial \Pi\,(T_d)}{\partial T_d} = \alpha T_d^{\alpha-1} - w \lesseqgtr 0 \qquad (3')$$

y

$$\frac{\partial^2 \Pi\,(T_d)}{\partial T_d^2} = -(1-\alpha)\alpha T_d^{\alpha-2} < 0 \qquad (3'')$$

Esto significa que se trata de una función que tiene un máximo absoluto en el punto en el que su primera derivada es cero, mismo que corresponde al máximo beneficio.

La tasa de beneficio o *tasa interna de retorno* de cualquier plan de producción tecnológicamente posible, denotada por π, se expresa de la manera siguiente:

$$0 = -wT_d + \frac{T_d^{\alpha}}{1+\pi(T_d)} \qquad (4)$$

Es decir que:

$$\pi(T_d) = \frac{1}{wT_d^{(1-\alpha)}} - 1 \qquad (5)$$

Obsérvese en (3') que la condición de *máxima masa de beneficios* se alcanza en el punto de la función (3) en el que se verifica que la productividad marginal del trabajo iguala al salario real:

$$\alpha T_d^{-(1-\alpha)} = w \qquad (6)$$

Así, la demanda de trabajo resulta ser una función de pendiente negativa creciente de w; es decir que a mayor salario real, menor nivel de empleo:

$$T_d = \left(\alpha^{-1} w\right)^{-(1-\alpha)^{-1}} \qquad (7)$$

Con estos elementos se puede ya mostrar el problema de investigación: la ineficiencia del cálculo tradicional representado en (1).

A partir de la máxima masa de beneficios (3) como situación inicial, los consumidores evaluarán el resultado de que cada unidad productiva emplee en una segunda situación sólo una fracción del trabajo empleado inicialmente, conservando el pleno empleo en el agregado, debido al ingreso de suficientes unidades adicionales al aparato productivo, hasta el punto de agotar los recursos productivos disponibles a los precios vigentes. Esto significa que el número de unidades productivas atraídas por la mayor rentabilidad, crecerá hasta emplear nuevamente el mismo volumen de trabajo que en la situación inicial. La evaluación se centrará entonces en la comparación de los niveles de tasa interna de retorno (5), y masa de beneficios (3), entre las dos situaciones.

Sea $\lambda, 1 > \lambda > 0$, un número puro tal que permita determinar el nivel de empleo que en la nueva situación realizará cada unidad productiva. Entonces, si el nivel inicial de empleo que garantiza la máxima masa de beneficios es: T_{d1}, el nuevo nivel de empleo en cada unidad productiva será λT_{d1}; es decir, sólo una fracción del empleado por cada unidad productiva en la situación inicial. El número de unidades productivas de nuevo ingreso, que harán posible que el empleo inicial de cada una de ellas se sostenga, será: λ^{-1}, lo que significa que la economía será, en la nueva situación, más competitiva que en la previa, pues habrá más unidades productivas, cada una de ellas de mayor rentabilidad y de menor tamaño que antes, preservándose así el pleno empleo en el agregado.

La comparación entre la masa de beneficios de la primera situación y la de la segunda, está dada por la siguiente desigualdad, en cuyo miembro izquierdo se halla la masa de beneficios de cada una de las unidades productivas más pequeñas que la inicial, multiplicada por el número total de unidades productivas, y en cuyo miembro derecho se exhibe la situación propia de (3):

$$\frac{1}{\lambda}\left[(\lambda T_{d1})^{\alpha} - (\lambda T_{d1})w\right] > T_{d1}^{\alpha} - wT_{d1}; \quad (8)$$

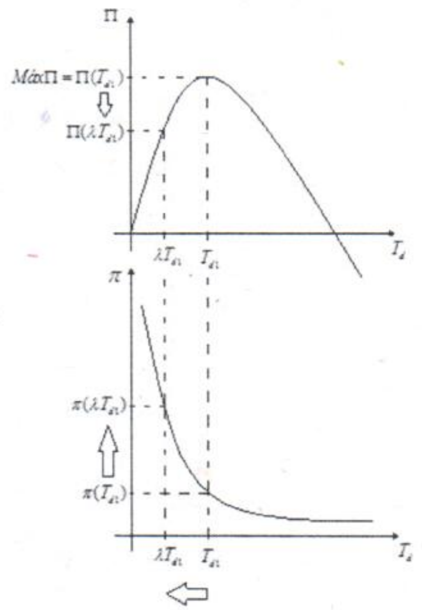
es decir que:

$$\left(\frac{1}{\lambda^{(1-\alpha)}} - 1\right) T_{d1}^{\alpha} + w(1-\lambda)T_{d1} > 0 \qquad (9)$$

Nótese que en ambos casos los costos totales se calculan a los precios determinados por el plan maximizador de beneficios, lo que implica que se supone que el nuevo tamaño de la industria no modificaría los precios. Esto significa que cualquier posición a la izquierda de la máxima masa de beneficios para cualquiera de las n empresas (y, por tanto, también para la representativa), será de mayor tasa interna de retorno, de mayor masa de beneficios y de un número más grande de unidades productivas, a los precios vigentes, mismos que se mantienen constantes. Es decir que el *maximizar* la masa de beneficios no implicará que realmente se obtenga su *máxima masa*. Habrá situaciones más eficientes; es decir, de mayor masa de beneficios y con mayor tasa interna de retorno, derivadas del empleo de un mismo e invariable volumen de recursos:

$$\frac{(\lambda T_{d1})^{\alpha}}{w(\lambda T_{d1})}-1>\frac{T_{d1}^{\alpha}}{wT_{d1}}-1 \qquad (10)$$

La gráfica siguiente exhibe, para la empresa individual, la superioridad de la tasa interna de retorno (cuadrante inferior), en aquella situación en la que cada unidad productiva emplea sólo una parte del factor trabajo utilizado en la situación en la que se maximiza la masa de ganancia:



Gráfica 2
Masa de beneficios vs tasa interna de retorno

Puesto que cada unidad productiva que emplee sólo una fracción del trabajo disponible al salario real vigente revelará una mayor tasa interna de retorno que la que corresponde a la máxima masa de ganancia, y así también un mayor producto medio, al emplearse todo el trabajo en unidades productivas de menor tamaño y mayor productividad media, aumentará el número de unidades productivas en el aparato productivo y así también la competitividad; se incrementará el volumen agregado de producto y también el nivel de la masa de ganancia generada por la economía en su conjunto, pese a que la generada por cada unidad productiva será más baja.

El incremento en el volumen total de beneficios será resultado del crecimiento en el volumen de producto de toda la economía, debido a la mayor productividad media del trabajo en cada unidad productiva, con el empleo del mismo volumen de esfuerzo social de trabajo que en la situación inicial. Esto se muestra en la expresión siguiente, en la que se multiplica la función de producción por el inverso de la fracción de trabajo utilizado por cada unidad:

$$\frac{1}{\lambda} T_d^{\alpha} > T_d^{\alpha} \qquad (11)$$

Con esto se demuestra, en un escenario simple y con precios invariables, que el cálculo que la teoría tradicional les atribuye a la empresas competitivas es técnicamente ineficiente: con cualquier tasa interna de retorno más elevada que la inicial y con el mismo esfuerzo social de trabajo determinado por los precios que propone la teoría neoclásica, es posible producir más, lo que a su vez significa mayores niveles de financiamiento para los consumidores y, por tanto, situaciones superiores en el sentido de Pareto. Resulta así que la teoría neoclásica explica el funcionamiento de una economía de mercado en la que sus productores actúan ineficientemente, pudiendo superar sus propios resultados; es decir que actúan irracionalmente, y lo hacen en un sistema menos competitivo que el que se logra bajo libre entrada y salida.

¿Cambian los resultados si los precios se modifican para cada una de las situaciones comparadas, al variar el tamaño de la industria y, por tanto, las condiciones de remuneración del trabajo?

Para responder a esta pregunta es necesario levantar la condición de que los precios que rigen la comparación son los determinados en la maximización del beneficio, y permitir que haya precios diferenciados para las unidades productivas. Así, aquellas que emplean cantidades más bajas de trabajo y definen sus planes de producción en puntos de la frontera de posibilidades técnicas en los que la productividad marginal del trabajo es más elevada que en el plan maximizador de beneficios, remunerarán a cada unidad de trabajo contratada, con un salario real w^*, tal que $w^* > w$. Formalmente, el salario real que pagará cada unidad productiva o empresa que emplee un volumen λT_{d1} de trabajo, estará dado por:

$$\alpha \lambda^{-(1-\alpha)} T_d^{-(1-\alpha)} = w^* \qquad (12)$$

Calculando el costo total de producción del total de las empresas en esta situación, y replanteando en consecuencia la inecuación (8), se obtiene:

$$\frac{1}{\lambda}\left[(\lambda T_{d1})^{\alpha} - (\lambda T_{d1})w^{*}\right] > T_{d1}^{\alpha} - wT_{d1} \text{ ; } (13)$$

que reemplazando (6) y (12) en (13), implica que:

$$\frac{1}{\lambda^{(1-\alpha)}}(1-\alpha)T_{d1}^{\alpha} > (1-\alpha)T_{d1}^{\alpha} \qquad (14)$$

Esto demuestra una vez más, ahora con precios diferenciados, que tanto el producto como los beneficios totales, el número de unidades productivas y la rentabilidad, serán mayores si los consumidores procuran tasas de beneficio más elevadas que la que corresponde al plan maximizador de masa de beneficios, empleando el mismo volumen de recursos que en dicho plan. Esto convierte a ese plan en una situación ineficiente siempre y cuando el sistema permita la libre entrada y salida. La consecuencia de esta demostración es que los consumidores, interesados de última instancia en que las empresas operen de manera eficiente, no aceptarán la función masa de beneficios como el objetivo a proseguir por parte de las empresas.

4. ESCENARIO DE INSUMOS Y UN PRODUCTO

Sea una economía competitiva conformada por un número m muy grande de empresas, cada una de las cuales emplea cantidades no negativas de los n insumos productivos existentes, n-1 de los cuales son producidos por el propio aparato productivo, y un n-ésimo -el trabajo, que se supone homogéneo y perfectamente divisible- no producido por las empresas, exclusivamente ofrecido por los consumidores e imprescindible en todos los procesos productivos.

Las funciones de producción de todas las empresas son homogéneas de grado positivo mayor que cero y menor que uno; es decir, de rendimientos a escala decrecientes, lo que garantiza que a precios competitivos todas ellas revelen beneficios positivos. Así, el cálculo maximizador de la k-ésima empresa, k=1,2,…m-1,m, corresponde a la siguiente expresión:

$$Máx\,\Pi_{k} = f(T_{1k}, T_{2k}, ...T_{n-1k}, T_{kn}) - \sum_{j} w_{j}T_{jk} \quad (15)$$

El grado de homogeneidad de $f(\cdot)$ está dado por $\sum_{j=1}^{n}\alpha_{j} \in (0,1)$, siendo ésta la suma de las elasticidades de los n insumos, y T_{jk} la cantidad del j-ésimo insumo empleada por la k-ésima empresa.

Por el teorema de Euler para funciones homogéneas, se sabe que los precios competitivos para cualquier técnica, además de la maximizadora, estarán dados por:

$$w_j = \alpha_j \frac{f(T_{1k}, T_{2k} \ldots\ldots T_{n-1k}, T_{nk})}{T_{jk}}, \qquad (16)$$

La remuneración total del j-ésimo factor, será, por tanto:

$$w_j T_{jk} = \alpha_j f(T_{1k}, T_{2k} \ldots\ldots T_{n-1k}, T_{nk}) \qquad (17)$$

Por tanto, reemplazando (17) en (15), se obtiene:

$$\Pi_k = f(T_{1k}, T_{2k} \ldots\ldots T_{n-1k}, T_{nk})(1 - \sum_j \alpha_j), \quad (18)$$

que implica que la proporción beneficios-producto es una constante dada por:

$$\frac{\Pi_k}{f(T_{1k}, T_{2k} \ldots\ldots T_{n-1k}, T_{nk})} = (1 - \sum_j \alpha_j) \qquad (19)$$

Es decir que los beneficios representan una proporción fija del producto, cualquiera sea la técnica utilizada.

Definida la tasa de beneficio como la proporción que representan los beneficios respecto a los costos totales, a partir de (19) se tiene que su expresión será:

$$\frac{\Pi_k}{\sum_j \alpha_j f(T_{1k}, T_{2k} \ldots\ldots T_{n-1k}, T_{nk})} = (1 - \sum_j \alpha_j)\left(\sum_j \alpha_j\right)^{-1} \quad (20)$$

Esto significa que también la tasa de beneficio resulta ser una constante, independientemente de la técnica elegida por el productor, siempre y cuando los insumos sean remunerados a precios competitivos.

Supóngase ahora, bajo los mismos argumentos del apartado previo referidos a los consumidores en su papel de propietarios de las empresas, que estos deciden comparar los resultados que se obtendrían si en lugar de emplear la técnica maximizadora de beneficios, utilizaran cualquier otra en la que se empleara sólo una fracción de los insumos que en la ya referida, siendo λ, $1 > \lambda > 0$, dicha fracción. Entonces, la expresión análoga a (15) será:

$$\Pi_{\lambda k} = f(\lambda T_{1k}, \lambda T_{2k}, \ldots\ldots \lambda T_{n-1k}, \lambda T_{kn}) - \sum_j w_j \lambda T_{jk}, \quad (21)$$

que resultará finalmente en :

$$\Pi_{\lambda k} = \lambda^{\sum_j \alpha_j} f(T_{1k}, T_{2k} \ldots\ldots T_{n-1k}, T_{nk})\left(1 - \sum_j \alpha_j\right) \qquad (22)$$

Es decir que, análogamente a (19), se tendrá que la masa de beneficios como proporción del producto será:

$$\frac{\Pi_{\lambda k}}{\lambda^{\sum_j \alpha_j} f(T_{1k}, T_{2k} \ldots\ldots T_{n-1k}, T_{nk})} = \left(1 - \sum_j \alpha_j\right) \qquad (23)$$

Por su parte, la tasa de ganancia estará dada por:

$$\frac{\Pi_{\lambda k}}{\lambda^{\sum_j \alpha_j} \sum_j \alpha_j f(T_{1k}, T_{2k} \ldots . T_{n-1k}, T_{nk})} = \left(1 - \sum_j \alpha_j\right)\left(\lambda^{\sum_j \alpha_j} \sum_j \alpha_j\right)^{-1} \quad (24)$$

Comparando (19) con (23) y (20) con (24), se constata que:

$$\lambda^{\sum_j \alpha_j}\left(1 - \sum_j \alpha_j\right) < (1 - \sum_j \alpha_j), \text{ y que } \left(1 - \sum_j \alpha_j\right)\left(\sum_j \alpha_j\right)^{-1} > (1 - \sum_j \alpha_j)\left(\lambda^{\sum_j \alpha_j} \sum_j \alpha_j\right)^{-1} \quad (25)$$

Es decir que el volumen de beneficios será menor para la empresa individual, y la tasa de beneficio mayor, que cuando se maximiza la función masa de beneficios (15). Por tanto, bajo libre entrada y salida, la mayor rentabilidad en términos de tasa interna de retorno atraerá nuevas unidades productivas a la industria, por lo menos hasta el punto en el que se empleen los volúmenes de insumos determinados por la técnica maximizadora de beneficios. El número de empresas o unidades productivas que ingresarán por el efecto rentabilidad provocado por la reducción de escala de la k-ésima empresa, hasta emplear el mismo volumen de insumos que ésta en su plan maximizador, será igual a λ^{-1}. Así entonces, las magnitudes de la masa de beneficios y de la tasa de ganancia, respectivamente, a precios diferenciados serán:

$$\frac{1}{\lambda}\Pi_{\lambda k} = \lambda^{\sum_j \alpha_j - 1} f(T_{1k}, T_{2k} \ldots . T_{n-1k}, T_{nk})\left(1 - \sum_j \alpha_j\right) \quad (26)$$

y

$$\frac{\lambda^{-1}\Pi_{\lambda k}}{\sum_j \alpha_j f(T_{1k}, T_{2k} \ldots . T_{n-1k}, T_{nk})} = \lambda^{\sum_j \alpha_j - 1}\left(1 - \sum_j \alpha_j\right)\left(\sum_j \alpha_j\right)^{-1} \quad (27)$$

Se dice que los precios son diferenciados, para indicar así que las remuneraciones a los factores una vez que la escala de producción de cada empresa ha disminuido y que el tamaño de la industria ha aumentado, corresponden a la siguiente expresión:

$$w_j^* = \alpha_j \frac{f(\lambda T_{1k}, \lambda T_{2k} \ldots . \lambda T_{n-1k}, \lambda T_{nk})}{\lambda T_{jk}} \quad (28)$$

A su vez, los costos de producción de la industria, una vez que se ha empleado el mismo volumen de insumos que en la situación maximizadora de beneficios, están dados por:

$$w_j^* T_{jk} = \lambda^{\sum_j \alpha_j - 1} \alpha_j f(\lambda T_{1k}, \lambda T_{2k} \ldots . \lambda T_{n-1k}, \lambda T_{nk}) \quad (29)$$

Estos costos están ya presentes en (26) y (27), expresiones en las que se constata que:

$$\frac{1}{\lambda^{1 - \sum_j \alpha_j}} > 1 \quad (30)$$

Lo que basta para demostrar que tanto la tasa como la masa de beneficio, al igual que el volumen de producto, serán superiores a los que corresponden al plan maximizador de beneficios, empleando exactamente el mismo volumen de insumos que en este, lo que implica su ineficiencia.

Para esta demostración, el caso referido a precios invariables y determinados por la maximización (15), se convierte ya en trivial, pues el restar un mismo volumen de costos totales a diferentes cantidades de producto, no cambiará el sentido de la diferencia entre tales cantidades.

Si bien estas demostraciones tienen interés para la teoría por el hecho de plantear un problema de ineficiencia de la conducta económica que la tradición neoclásica les atribuye a las empresas, su consecuencia más profunda se alcanza por la lesión que inflige a la cualidad esencial de todo equilibrio competitivo: la eficiencia en el sentido de Pareto. Esta cualidad se halla expresada en el primer teorema del bienestar, que en la prosa analítica de Villar (1996), se expresa en las siguientes proposiciones:[5]

"Proposición 7.1.- *Sea* $\mathbf{Y} \equiv \sum_{j=1}^{n} \mathrm{Y_j}$ *el conjunto de producción total de la economía, y sea un vector de precios para el que están definidas todas las correspondencias de oferta. Entonces,* $\boldsymbol{Y}_j^* \in \eta_j(p^*) \forall j$ si y sólo si $\mathbf{P}*\mathbf{Y}* \geq \mathbf{P}*\mathbf{Y}, \forall y \in \mathbf{Y}$.

Proposición 7.2.- *Sea un consumidor i, con una función de utilidad no-saciable localmente, definida sobre un conjunto de consumo* X_i *. Entonces, si para algún par precio-riqueza* $(\mathbf{P}*, w_i^*)$, $\boldsymbol{x}_i^*$ *maximiza* u_i *en* $\beta_i(\mathbf{P}*, w_i^*)$, *se verificará*:

(a) $\mathbf{P}*\mathbf{X}_\mathbf{i}^* = w_i^*$

(b) *Para todo* $\mathbf{X}_i' \in \mathrm{X}_i, u_i(\mathbf{X}_i') \geq u_i(\mathbf{X}_i^*) \Rightarrow \mathbf{P}*\mathbf{X}_i' \geq \mathbf{P}*\mathbf{X}_i^*$. *En particular,* $\mathbf{X}_i' \in \mathrm{X}_i, u_i(\mathbf{X}_i') > u_i(\mathbf{X}_i^*) \Rightarrow \mathbf{P}*\mathbf{X}_i' > \mathbf{P}*\mathbf{X}_i^*$.

Teorema 7.1.- *Sea* $_{\mathrm{pp}}$ *una economía de propiedad privada, en la cua* [redacted] *posee una función de utilidad que satisface el supuesto de no-saciabilidad local. Si* $(\mathbf{P}*, [(\mathbf{X}_i^*),(\mathbf{Y}_i^*)])$ *es un equilibrio de esta economía, entonces la asignación* $[(\mathbf{X}_i^*),(\mathbf{Y}_i^*)]$ *es eficiente en el sentido de Pareto.*"

Tras los cambios necesarios de notación, por el enunciado del teorema se sabe que si existe un plan de producción $Q_{\lambda k}^* = \frac{1}{\lambda} f(\lambda \mathbf{T}^*)$, λ, $\lambda \in (0,1)$ con el que se alcanza mayor volumen de producto que con otro $Q_k^* = f(\mathbf{T}^*)$, empleando en cualquier caso un único y determinado volumen de insumos $\mathbf{T}^* = (T_{1k}, T_{2k} \ldots\ldots T_{n-1k}, T_{nk})$, los ingresos de los consumidores serán más elevados y su nivel de utilidad será también superior, debido a que la asignación considerada eficiente en el sentido de

[5] Reproducido literalmente de Villar (1996: Capítulo 7, p. 150).

Pareto, será superada. Ello situará al plan $\mathbf{T}^*$ en la definición de ineficiencia paretiana, y así también al origen de la decisión de dicho plan, que no es otro que la maximización del beneficio según (15). Las funciones de utilidad de los consumidores considerados en las demostraciones de ineficiencia, que corresponden a (2), satisfarán plenamente la condición de insaciabilidad local.

Para generalizar las demostraciones de ineficiencia practicadas en los apartados previos, se propone el teorema de la siguiente sección.

6. TEOREMA DE INEFICIENCIA

Se sabe que una función de *n* variables $f(T_1, T_2......T_{n-1}, T_n)$ definida sobre un dominio $\tilde{\mathbf{T}}$, subconjunto convexo de $\Re^n$, tal que $\tilde{\mathbf{T}} = \Re^n_{0,+}$, $\tilde{\mathbf{T}} = \{\mathbf{T} \in \Re^n : \mathbf{T} \geq 0\}$, es estrictamente cóncava si, dado un número puro $\lambda, \lambda \in (0,1)$ y cualesquiera vectores $\mathbf{T*}$ y $\mathbf{T}$ pertenecientes a $\tilde{\mathbf{T}}$, $\mathbf{T*} \neq \mathbf{T}$, se verifica que:

$$f(\lambda \mathbf{T*} + (1-\lambda)\mathbf{T}) > \lambda f(\mathbf{T*}) + (1-\lambda) f(\mathbf{T}) \quad (31)$$

Sea $\Pi_\mathbf{k}$ la función de beneficios de la *k*-ésima empresa de una economía competitiva y de propiedad privada, y $\mathbf{T*}$, $\mathbf{T*} > \mathbf{0}$, el vector de insumos que maximiza dicha función a los precios $\mathbf{w*}$:

$$\Pi^*_k = f_k(\mathbf{T*}) - \mathbf{w*T*} \qquad (32)$$

El vector de precios $\mathbf{w*}$, $\mathbf{w*} > \mathbf{0}$, está conformado por las productividades marginales de los insumos, y la función $f_k : \tilde{\mathbf{T}} \to \Re_{0,+}$, es estrictamente cóncava y homogénea de grado $\mu_k, \mu_k \in (0,1)$ en sus argumentos.

Las funciones de utilidad de los consumidores son cuasi-cóncavas y satisfacen la condición de insaciabilidad local, y sus restricciones presupuestales dependen, por el lado de los ingresos, de sus derechos de propiedad sobre las empresas, mismos que determinan una relación positiva definida y estable respecto a los beneficios que estas generan.

Bajo estas condiciones, se demuestra la siguiente:

Proposición: *En un sistema de libre entrada y funciones de producción estrictamente cóncavas y homogéneas grado $\mu_k, \mu_k \in (0,1)$, en el que la k-ésima empresa maximiza su función de beneficios Π_k con el vector de insumos $\mathbf{T*}$, $\mathbf{T*} > \mathbf{0}$, a los precios $\mathbf{w*}$, $\mathbf{w*} > \mathbf{0}$, con $w^*_j = f'_{jk}$, existe al menos un plan alternativo referido a $\lambda\mathbf{T*}$, $\lambda \in (0,1)$, más rentable que el inherente a $\mathbf{T*}$, tal que con un número de unidades productivas suficiente para emplear el total de insumos $\mathbf{T*}$, genera más producto que $f_k(\mathbf{T*})$, mayor volumen de beneficios que Π^*_k, y un tamaño más competitivo de la industria,* *implicando así la ineficiencia de la función Π_k^* y la violación del primer teorema del bienestar.*

Teorema: *Por (31), se sabe que:*

$$f_k(\lambda\mathbf{T}^* + (1-\lambda)\mathbf{T}) > \lambda f_k(\mathbf{T}^*) + (1-\lambda) f_k(\mathbf{T}) \quad (33)$$

- Sea $\mathbf{T} = \mathbf{0}$; es decir, la posibilidad de inacción. Entonces:

$$f_k(\lambda\mathbf{T}^*) > \lambda f_k(\mathbf{T}^*) \quad , \qquad (34)$$

que implica que:

$$\lambda^{-1} f_k(\lambda\mathbf{T}^*) > f_k(\mathbf{T}^*) \quad , \qquad (35)$$

debido a que:

$$\lambda^{\mu_k - 1} > 1, \qquad (36)$$

con lo que se demuestra que con un número de unidades productivas igual a $\lambda^{-1} > 1$ por cada unidad productiva maximizadora de beneficios semejante a la k-ésima empresa, se generará un volumen de producto $\lambda^{\mu_k - 1} - 1 > 0$ veces superior, empleando el mismo volumen de insumos que en (32).

- Los costos totales para $f_k(\mathbf{T}^*)$ y para $\lambda^{-1} f_k(\lambda\mathbf{T}^*)$, están dados por: $\mu_k f_k(\mathbf{T}^*)$ y $\lambda^{\mu_k - 1}\mu_k f_k(\mathbf{T}^*)$, respectivamente, lo que implica que:

$$\lambda^{-1} f_k(\lambda\mathbf{T}^*) - \lambda^{\mu_k - 1}\mu_k f_k(\mathbf{T}^*) > f_k(\mathbf{T}^*) - \mu_k f_k(\mathbf{T}^*) \quad (37)$$

- De donde resulta que: $\lambda^{-1}\Pi_{\lambda k} > \Pi_k^*$, debido a que $\lambda^{\mu_k - 1}(1-\mu_k) > 1-\mu_k$, y a que $\lambda^{\mu_k - 1}(1-\mu_k)\mu_k^{-1} > (1-\mu_k)\mu_k^{-1}$, con lo que se demuestra que tanto la masa de beneficios como la tasa de ganancia serán superiores en el plan alternativo.

- Siendo, el plan alternativo, más rentable, más competitivo y de mayor volumen de producto que el referido a la maximización de beneficios, se demuestra plenamente la proposición.

7. REPLANTEANDO LOS FUNDAMENTOS

El error analítico que ha sido puesto en evidencia, se refiere a la conducta económica de las empresas o productores: una economía de mercado mal explicada en alguno de sus fundamentos, implica la imposibilidad de predecir y controlar con eficacia sus fenómenos. Sin embargo, de la propia demostración de ineficiencia emergen los elementos axiomáticos para replantear el problema.

La tasa de beneficio o tasa interna de retorno, que fue empleada en los apartados previos como un criterio de comparación, ha mostrado en los escenarios analíticos propuestos, ser suficiente para identificar situaciones más eficientes que las propias de la maximización de la función de beneficios. Sin embargo, maximizar dicha función en sujeción a funciones de producción de la naturaleza de las propuestas en los apartados previos, arroja resultados de prácticamente nulo interés para la teoría. Por tanto, se hace necesario replantear la noción misma de las funciones de producción como representativas de las posibilidades tecnológicas de un sistema.

Para establecer fundamentos alternativos, será conveniente situar nuevamente el análisis en un escenario simple: un producto no durable y no acumulable, y un único factor de producción: el trabajo.

Puesto que maximizar la tasa de beneficio equivale a maximizar el producto medio, se requiere una función de producción que la haga posible. Esa función será:

$$q_o = f(T_d - T^*) \ , \qquad (38)$$

definida para todo $(T_d - T^*) > 0$.

En ella, T^* corresponderá al componente flexible de la tecnología –el trabajo empleado para la organización del proceso productivo (T^*)– y se determinará según el tamaño del mercado. No es una rigidez ni corresponde a rendimientos crecientes, como se pondrá en evidencia más adelante.

El cálculo de las firmas será, entonces:

$$\begin{aligned} &Máx\ (1+\pi) = \frac{q_o}{wT_d} \\ &S.a\ q_o = (T_d - T^*)^\alpha \end{aligned} \qquad (39)$$

Las condiciones de primer orden:

$$\begin{aligned} &\alpha(T_d - T^*)^{\alpha-1} = \frac{(T_d - T^*)^\alpha}{T_d} \\ &q_o = (T_d - T^*)^\alpha \end{aligned} \qquad (40)$$

La máxima tasa de ganancia se logra en el punto de la función de producción en el que la elasticidad trabajo del producto es igual a uno, y se trata de una situación independiente de precios y salarios. El nivel de empleo está determinado por el tamaño del mercado, no por el salario real:

$$T_d = (1+\alpha)^{-1} T^* \qquad (41)$$

La condición de viabilidad financiera de las empresas, es:

$$\frac{q_o}{T_d} > w > 0 \qquad (42)$$

Ésta indica que si el salario fuese nulo, la economía no operaría: el nivel de producción sería cero y la actividad del mercado, inexistente; y si el salario real fuese igual al producto medio, los beneficios serían cero y la firma podría o no operar. Así, resulta que la condición de existencia de la actividad económica es que el salario sea positivo, y la condición de viabilidad financiera para las empresas, es que además sea inferior al producto medio.

Bajo estas circunstancias, el cálculo de los consumidores corresponde a:

$$\begin{aligned} &Máx\ U(q_d, S), \\ &S = \tau - T_o \\ &S.a\ \ (1+\pi)wT_o = q_d \end{aligned} \quad , (43)$$

del que resultan las siguientes funciones de demanda de producto y de oferta de trabajo:

$$\begin{aligned} q_d &= \varphi(1+\pi)w\tau \\ T_o &= \varphi\tau \end{aligned} \qquad (44)$$

Resuelto el cálculo de productores y consumidores, las condiciones de equilibrio general, serán:

$$\begin{aligned} &T_d - T_o \leq 0 \\ &q_d - q_o = 0 \\ &(T_d - T_o)w + (q_d - q_o) = 0 \end{aligned} \qquad (45)$$

Entonces, la demanda de trabajo para el agregado toma la forma:

$$T_d = \alpha^{-1}[\varphi(1+\pi)w\tau]^{\frac{1}{\alpha}} \ , \quad (46)$$

que resulta ser una función positiva creciente del salario real, en contraste con la función (6), que es negativa creciente de la misma variable, propia de la teoría neoclásica. En (46), a mayor salario, mayor nivel de empleo.

El contraste entre estos resultados y los propios de la tradición neoclásica es evidente, y del mismo resulta un problema que debe ser resuelto en el mismo sentido en que ha sido planteado el teorema de ineficiencia: ¿Qué razón técnica existe para pensar que los productores, si pudiesen elegir, escogerían maximizar la tasa interna de retorno en lugar de la masa de beneficios?

Teorema de superioridad

Si bien el teorema de ineficiencia ha brindado ya elementos importantes para responder a esta pregunta, es fundamental darle respuesta en su propio contexto analítico. Para ese efecto, enseguida se demuestra la siguiente proposición:

- Proposición:*Si en un sistema competitivo por lo menos uno de los productores maximiza la tasa de beneficio en lugar del volumen de ganancias, cualquiera sea el vector de precios, obtendrá la máxima masa de beneficios posible y una situación*

Pareto superior para los consumidores respecto a la que se lograría maximizando la masa de ganancias.

- Demostración:

Lema 1: *El ingreso de los consumidores, si las empresas maximizaran la tasa de beneficios, sería superior al que alcanzarían si éstas maximizaran la diferencia entre ingresos y costos.*

Este lema se demuestra en consideración de (2), y debido a (37), que implica que cualquier tasa de beneficio superior a la que corresponde a la máxima masa de beneficios, estará asociada a un mayor volumen de ingresos para los consumidores.

Lema 2: *El producto y las ganancias que logran las firmas al maximizar la tasa de beneficios, es superior al que alcanzarían si maximizaran la diferencia entre ingresos y costos.*

Este lema se demuestra por las ecuaciones (33) a (37), debido a que en ambas, al existir un factor no producido (el trabajo), que bajo la hipótesis (38) hace posible que las funciones de producción sean aptas para maximizar la tasa de beneficios, permite también demostrar que, de todas las tasas de beneficio posibles en el teorema de ineficiencia, una de ellas, la más baja, corresponde a la maximización de la masa de beneficios.

Teorema: *Sea:*

$$U = u\left[q_d, (\tau - T_o)\right] \quad (47)$$

la función de utilidad, estrictamente cóncava y diferenciable, de cualquier consumidor del sistema. Entonces, puesto que el nivel de empleo en el sistema es pleno: $T_d = T_o = \widetilde{T}$ *, y puesto que la capacidad de compra de los consumidores es mayor cuando se maximiza la tasa de beneficio que cuando se maximiza la diferencia entre ingresos y costos, al igual que el volumen de producto que genera el aparato productivo, la utilidad de los consumidores es también mayor*

El teorema de superioridad resulta ser entonces una implicación lógica del teorema de ineficiencia, con la diferencia de que este último no requiere los fundamentos analíticos del replanteamiento a que da lugar la teoría de la inexistencia del mercado de trabajo.

8. CONCLUSIONES

La capacidad explicativa de la teoría es su atributo central aunque no único: explicaciones eficientes son el antecedente necesario para predicciones eficientes, y estas últimas, necesarias para establecer criterios eficientes de control de los fenómenos explicados. Por tanto, la evidencia de las ineficiencias explicativas que han sido estudiadas en esta investigación, además de haber acotado los alcances explicativos, predictivos y de control de la teoría neoclásica, han puesto al descubierto la necesidad de explicar eficientemente el funcionamiento de una economía de mercado. A ese propósito busca aportar la teoría de la inexistencia del mercado de trabajo, cuyos pilares son la crítica y la reconstrucción de la teoría del productor.

La demostración de que la ineficiencia del cálculo del productor en la tradición neoclásica viola el primer teorema del bienestar, lesiona la norma que guía todas las deducciones axiomáticas de este sistema lógico. Se impone entonces la necesidad de sustituir dicha norma por algún concepto de orden descriptivo que muestre el sentido en que deberían orientarse los criterios de política económica en aras de una sociedad más deseable que la vigente. Al parecer, tal concepto debería consistir en el replanteamiento de la demostración de existencia del equilibrio general competitivo, esta vez fundamentado en la corrección del error analítico de la teoría neoclásica.

BIBLIOGRAFÍA

ARROW, K., y HAHN, F. (1971), *ANÁLISIS GENERAL COMPETITIVO*, Fondo de Cultura Económica, México, pp. 7-245 y 406-431

NORIEGA, F. A. (2001), *MACROECONOMÍA PARA EL DESARROLLO. TEORÍA DE LA INEXISTENCIA DEL MERCADO DE TRABAJO*, McGraw-Hill Interamericana y UNAM, México, 2001, pp. 1-287

MAS-COLELL, A., WHINSTON, M.D., and GREEN, J.R. (1995), *MICROECONOMIC THEORY*, Oxford University Press, New York, USA, pp. 128-160; 334-343; 546-575, y 928-970

SMITH, A. (1776), *INVESTIGACIÓN SOBRE LA NATURALEZA Y CAUSAS DE LA RIQUEZA DE LAS NACIONES*, FCE, México, 1994, pp. 1-917

VILLAR, A. (1996), *CURSO DE MICROECONOMÍA AVANZADA*, Antoni Bosch Editor, España, pp. 19-51 y 147-168