Universidad Autónoma Metropolitana
Unidad Azcapotzalco
División de Ciencias Sociales y Humanidades
Departamento de Economía

REPORTE DE INVESTIGACIÓN

Teoría ricardiana del estancamiento del capitalismo [Actualización teórica].*

AUTORES:
Oscar Rogelio Caloca Osorio
Cristian Eduardo Leriche Guzmán
Víctor Manuel Sosa Godínez

Proyecto de investigación # 606. Aprobado en la sesión 105 del 2 de agosto de 1995. **Proyecto actualmente vigente**. Proyecto independiente:
"Métodos y enfoques de la economía. Algunos estudios teóricos."
Línea de conocimiento: Economía política. Grado de avance: 95%.

México, Azcapotzalco, 10 de noviembre de 2021.

FORMATO PARA EL REPORTE DE INVESTIGACIÓN**: "Teoría ricardiana del estancamiento del capitalismo [Actualización teórica].*"**

1**. Nombre de los investigadores**: Caloca Osorio, Oscar Rogelio; Leriche Guzmán, Cristian Eduardo; Sosa Godínez, Víctor Manuel.

2. Número del proyecto registrado ante Consejo Divisional: # 606: Métodos y enfoques de la economía. Algunos estudios teóricos.

3. Línea de generación y/o aplicación de conocimiento: Economía política.

4. Proyecto de investigación independiente.

5. Título del reporte: **"**Teoría ricardiana del estancamiento del capitalismo [Actualización teórica].*"

6. Resumen: El presente reporte tiene como objetivo mostrar que el estancamiento del capitalismo es una vertiente sustancial en una economía ricardiana con tres clases: los capitalistas, los terratenientes y los trabajadores con sus tres variables de distribución: la tasa de ganancia, la renta y el salario respectivamente. Para ello, se sigue una metodología combinada entre la descripción y la propuesta de dos modelos uno lineal y el otro no lineal. El primero es resultado de una investigación previa llevada a cabo por Leriche y Moreno [2000] que presentamos de manera distinta. El segundo es resultado y aporte original de la presente investigación del estudio de los sistemas no lineales de corte caótico o dependiente de la teoría del caos determinista. Para la modelación del estancamiento capitalista vía la dinámica bajo límites de la tasa de ganancia. Siendo así el principal hallazgo que tanto una economía ricardiana lineal como no lineal, son determinantes para la explicación del estancamiento capitalista. El límite de la investigación se da porque el sistema de las trayectorias de la cuota de ganancia con la renta son inversas, es decir, se dan bajo una interacción negativa lo cual solo ocurre en el modelo no lineal bajo ciertas condiciones. El valor, de tales hechos, apuntan teóricamente a que no importando

el tipo de sistema lineal o no lineal el estancamiento bajo ciertas condiciones llegará. Con ello, es que la conclusión principal es que la tasa de ganancia en el largo plazo tenderá a uniformizarse.

7. **Presentación del Dr. Sergio Cámara Izquierdo, Jefe del Departamento de Economía.** Este reporte de investigación forma parte del proyecto “Métodos y enfoques de la economía. Algunos estudios teóricos.” (#606 del Catálogo de proyectos registrados en la DCSH). **El proyecto está vigente desde su aprobación y no tiene fecha de terminación**. CATÁLOGO DE INVESTIGACIÓN 2021:
https://drive.google.com/file/d/1PbNLB1APYokt4DTFL-_QJ9MCtKR4r5b7/view
Cabe señalar que este proyecto tiene como propósito obtener diversos resultados finales de los estudios teóricos que realizan en ese contexto, algunos de carácter exploratorio los autores los consideran como preliminares; por ello, su finalización en su calidad de reportes de investigación tiene el 95% de avance. Esto implica, por supuesto, el que sea a su vez insumo referente para otros estudios. El objetivo, método y desarrollo del reporte están explícitos en la introducción correspondiente.
8. Reflexiones finales: Las reflexiones finales son las siguientes: en primer término, se estableció un panorama sobre las relaciones entre ganancia, renta y salario identificando que los procesos, tasa de ganancia *vs* renta, y tasa de ganancia *vs* salario son relaciones inversas. Lo cual implica que los procesos de acumulación a través de contar con una tasa de ganancia sectorial o no por encima de la tasa de ganancia natural, corresponden con la contracción de la tasa de ganancia cada vez que aumenta la renta de los terratenientes aumentando el costo de la fuerza de trabajo vía bienes salario. Esto en u esquema de corte lineal.

El proceso de acumulación es difícil y puede transitar por tres estados: la estabilidad, la estabilidad asintótica y la inestabilidad. La inestabilidad implica el descontrol del sistema al no encontrar un punto de equilibrio o una tendencia asintótica a dicho punto de equilibrio.

Asimismo, la estabilidad asintótica implica la existencia de un punto de equilibrio que corresponde con el estancamiento del sistema que puede llegar en el mediano plazo o largo plazo [que puede extenderse hasta el infinito]. Simplemente en el modelo no lineal se representa un sistema dinámico complejo, que conlleva la estabilidad asintótica de los precios al no ser cero aun en el 5070.

En el caso de la acumulación garantizada por la revisión de la tasa de ganancia r, se observa que es posible, en el modelo no lineal, modelar dos cuestiones. Primero, el estancamiento del sistema a tasas negativas en 58 años. Y segundo, que esta no es una situación final, sino que abra una serie de estancamientos y recuperaciones del sistema económico capitalista hasta tender a un nivel de tasa de ganancia del 50 por cien en 5000 años. Esto indica que suponer el estancamiento final del sistema es acertado para dicho periodo.

9. Referencias bibliográficas citadas.

Benetti, Carlo (1978). *Valor y Distribución*, Madrid; España: Saltés.

Bidard, Christian y Edith Klimovsky (2014). *Capital, Salario y Crisis*, CDMX: UAM-Azcapotzalco y Siglo XXI.

Cambel, A. (1999), *Applied Chaos Theory: a paradigm for complexity*, USA, Academic Press.

Cannan, Edwin (2003). *Ricardo en el Parlamento*. Volumen 4 de 1894. Mimeo.

Ekelund, Robert y Robert Hébert (1996). *Historia de la teoría económica y de su método*, Madrid; España: FCE.

Gleick, J. (2012), *Caos: la creación de una ciencia*, Barcelona, Crítica.

Haddad, Wassim y VijaySekar Chellaboina (2008). *Nonlinear Dynamical Systems and Control*, New Jersey: Princeton University Press.136-147

Kapitaniak, T. (2000). *Chaos for engineers*, Berlin; Germany: Springer Verlag.

Klimovsky, Edith (1995). “Una crítica de la ley de rendimientos decrecientes extensivos “. En *Revista Análisis Económico.* Volumen XII Número 26, México: UAM-Azcapotzalco.

------- (1985). *Renta y Ganancia en la Economía Política Clásica*, México: UAM-Azcapotzalco.

------- (1983). “Fertilidad, Rentabilidad y Selección de Técnicas “. En *Revista Análisis Económico.* Volumen II Número 1, México: UAM-Azcapotzalco.

Leriche, Cristian y Rafael Moreno (2000). “Sobre los conceptos clásicos “precio de mercado” y “precio natural”. En: Revista *Análisis Económico*, número 31: UAM-Azcapotzalco.

Moreno, Rafael (1994). “Efectos del progreso técnico sobre la rentabilidad.“ En *Revista Análisis Económico.* Volumen XII Números 24/25, México: UAM-Azcapotzalco.

------- (1983). “Notas sobre la función del concepto valor en la problemática ricardiana.“ En *Revista Análisis Económico.* Volumen II Número 1, México: UAM-Azcapotzalco.

Prigogine, Ilya (1999). *Las leyes del caos*, Barcelona: Crítica.

------- e Isabelle Stengers (1990). *Entre el Tiempo y la Eternidad*, Madrid: Alianza.

Puu, Tönu (2000). *Attractors, bifurcations and chaos*, Berlin: Springer Verlag.

Ricardo, David (1985). *Principios de Economía Política y Tributación*, México: FCE.

Romanelli, Lilia (2006). “Teoría del caos en los sistemas biológicos”, en: *Revista Argentina de Cardiología*, Argentina, número 6 volumen 74, pp. 478-482.

Sametband, Moisés (1999). *Entre el orden y el caos la complejidad*, México: FCE.

Seron, María Marta (2000). *Sistemas no lineales*: *notas de clase*, Colombia: Universidad del Rosario, Mimeo.

Solé, Ricard y Susanna Manrubia (2009). Orden y caos en sistemas complejos: Fundamentos, Cataluña: Edicions Universitat Politècnica de Catalunya.

Teoría ricardiana del estancamiento del capitalismo [Actualización teórica].*

Oscar Rogelio Caloca Osorio[1]

Cristian Eduardo Leriche Guzmán[2]

Víctor Manuel Sosa Godínez[2]

I. Introducción.

Nos centramos, en un primer momento, en un modelo de corte clásico lineal, para después, adentrarnos en uno con connotaciones contemporáneas, no lineal [Seron, 2000) y (Haddad y Chellaboina 2008)], principalmente de las vinculadas al análisis del caos. Es decir, un modelo altamente sensible a las *condiciones* iniciales [(Cambel, 1999), (Peitgen, Jürgens y Saupe, 2004), (Solé y Manrubia, 2009), (Gleick, 2012), (Pérez, 2015)], lo cual significa que ante pequeñas modificaciones en los términos base los resultados son diametralmente diferentes.

Empero, el modelo que presentamos tiene un resultado en donde se configura un límite a la inversión y establecimiento de un estado particular del stock de capital que en algún momento en el tiempo comprende un estancamiento del sistema. Dicho estancamiento conlleva a encontrar una convergencia entre la tasa de ganancia sectorial y la tasa de ganancia natural: uniformidad de la tasa de ganancia.

Sólo que este proceso implica una cuestión sumamente importante: el estancamiento llegará en el corto o en el largo plazo, entendiendo por largo plazo

* La versión previa de 2019, se encuentra en la serie de reportes de investigación de la DCSH, UAM-A. Este estudio es un resultado del proyecto # 606: Métodos y enfoques de la economía.

[1] Profesor del Departamento de Sociología de la UAM-Azcapotzalco e Investigador *Free Lance* en Ciencias. E-mail: oscarcalo8@yahoo.com.mx

[2] Profesores-Investigadores del Departamento de Economía de la UAM-Azcapotzalco. E-mail: cristianleriche1@yahoo.com.mx y sosgovic2003@yahoo.com.mx.

una tendencia que puede abarcar hasta el infinito: al menos en un modelo donde el estancamiento pueda ocurrir en un punto asintóticamente estable [Serón, 2000].

Esta última noción implica considerar las cuestiones sobre estabilidad e inestabilidad que corresponden con una teoría determinista del caos. La teoría del caos comprende sistemas que cumplen con alguna de las tres opciones siguientes: el sistema es estable o es asintóticamente estable en cuyo caso el sistema no es caótico, o es inestable que en este caso se incurre en una situación caótica determinista propiamente dicha [(Serón, 2000), (Kapitaniak, 2000) y (Puu, 2000)].

Esta temática modificada, se desprende principalmente del análisis crítico del discurso lineal de Leriche y Moreno (2000) y cuyos aportes corresponden con la incorporación del estudio de los sistemas dinámicos complejos no lineales. En este sentido la hipótesis de la investigación es: modelar la no linealidad de un sistema ricardiano de tres clases no trae consigo diferencia alguna, bajo ciertas condiciones, en el estancamiento del capitalismo a una tasa de ganancia fluctuante sobre ciertos límites.

Para ello, nos preguntamos lo siguiente: ¿Qué tan importante es la evolución de la tasa de ganancia en un sistema ricardiano respecto de la trayectoria de la renta y en consecuencia de los bienes salario? Lo cual argumentamos en la primera sección. La segunda pregunta que guía la investigación es: ¿Qué son los sistemas asintóticamente estables e inestables y su representación a través de atractores no caóticos y caóticos? Para finalmente preguntarnos con base en las respuestas de las secciones anteriores: ¿Es plausible modelar un sistema ricardiano de tres clases de manera no lineal que con lleve a resultados de estancamiento de la tasa de ganancia, con sus diferencias, de un modelo lineal? Lo que resulta en la modelación del sistema ricardiano no lineal que se compara con lo expuesto de manera lineal en Leriche y Moreno [2000]. Para ello procedemos con la primera respuesta.

II. Ganancia y mecanismos de reproducción *vs* renta y salario.

En 1815 Ricardo, publicó su ensayo: *Innovación sobre las ganancias*. Con ello introdujo la teoría de la renta diferencial. También formula su teoría de la distribución en una economía [cfr. Arjón, 2006]. Escrito donde pudo demostrar que un alza de salarios no conducía a una elevación de los precios y sí a una reducción de las ganancias [cfr. Klimovsky, 1985 y 1995].

Para ello, Ricardo dividió la economía en tres clases: los terratenientes (obtienen una renta), los trabajadores (perciben un salario) y los capitalistas (quiénes reciben una ganancia). En este sentido, suponía que el tamaño de la ganancia de los capitalistas estaba determinado por el grado de cultivo de la tierra y el salario históricamente dado.

Por otra parte, Ricardo consideraba que el comercio exterior podía promover la acumulación y el crecimiento adicionales en la economía, cada vez que las mercancías salario se importasen a un precio menor que el costo de estas en Inglaterra, lo cual conduciría a bajar el salario vía bienes-salario y propiciar un alza de las ganancias. Sin embargo, esto implicaba que muchas de las tierras que eran rentadas por los terratenientes no fuesen utilizadas y con ello disminuyera la obtención de la renta, lo cual, creaba un conflicto entre terratenientes y capitalistas.

Esta relación entre renta y ganancia es fundamental en el esquema ricardiano, puesto que su planteamiento teorético esta necesariamente condicionado por el contexto en el que se llevaron a cabo sus planteamientos económico-políticos, que dan sentido a su toma de postura, tanto teórica (en sus escritos) como práctica (en el Parlamento). Porque:

“el objetivo central en la estructura teórica de Ricardo es el demostrar que, en una economía capitalista cerrada con técnica dada, el proceso de acumulación de capital necesariamente determina que las trayectorias temporales de la tasa de ganancia y la renta sean opuestas y estén inversamente relacionadas.” (Moreno, 1983: 12).

Los argumentos de Ricardo se esgrimían bajo la pretensión de establecer una defensa de los intereses capitalistas, principalmente de la burguesía. En este sentido, interesa el planteamiento tanto de la tasa de ganancia como de la renta, categorías inscritas en un contexto de interacción negativa –esto es, mientras una de las categorías aumenta la otra necesariamente disminuye.

Para ello, se considera que la tasa general de ganancia corresponde con la uniformidad de la misma, cada vez que se contempla la existencia de una mercancía que es capital y producto a la vez, por lo tanto, en el sistema ricardiano, la tasa general de ganancia depende de los métodos de producción del cereal que es, por otra parte, el único bien que consumen los trabajadores. (Klimovsky, 1985: 46). La tasa de ganancia indica que proporción de participación, respecto del capital adelantado, les corresponde obtener a los capitalistas.

Por su parte, la renta es aquella parte del producto de la tierra que se paga al terrateniente por el uso de las energías originarias e indestructibles del suelo y que se determina una vez obtenida la tasa de ganancia en el sistema (Ricardo, 1985: 51). Por lo tanto, de existir una indeterminación de la tasa de beneficio implica necesariamente la indeterminación de la renta.

El contexto no era del todo alentador para la búsqueda de mayores ganancias por parte de los capitalistas, puesto que la permanencia de la Ley de los Cereales, la cual, les dificultaba la retribución a estos y beneficiaba a los terratenientes al obtener montos mayores de renta –cada vez que se cultivan más tierras la renta es mayor y la tasa de ganancia es menor-. Un contexto que se resume como el despegue de una significativa cantidad de aportes de la teoría clásica, la teoría de la población de Malthus y las controversias teóricas sobre la Ley de los Cereales, el embargo impuesto por Napoleón y las polémicas Parlamentaria respecto a dicha Ley (Cannan, 2003).

Así, Ricardo supone que la extensión de las tierras tiene un límite aunado a que son de diferente calidad y que la propiedad sobre ellas está dada por los terratenientes. Él considera que la creciente necesidad de alimentos se intensifica a medida que avanza la acumulación del capital y que, en caso de no existir cambio tecnológico favorable para la producción agrícola, se hace imprescindible trabajar tierras de peor calidad o peor situadas respecto de los centros de consumo. En este sentido, el incremento en la dificultad de producción de las mercancías agrícolas ocasiona, un aumento en el precio de los bienes salario que trae consigo la caída de la tasa de ganancia y el aumento de la renta.

En este sentido, la continua disminución de la tasa general de ganancia reduce finalmente la masa de utilidades. Esto, en cierto tiempo, se convierte en un freno para la acumulación y estimula la exportación de capitales hacia aquellos países en que los alimentos pueden ser producidos a bajo costo, permitiendo la existencia de altas tasas de ganancia (Klimovsky, 1985: 27-28). Sin embargo, es posible contrarrestar por medio de dos mecanismos la caída en la tasa de ganancia, ya sea mediante un cambio tecnológico que conduzca a una reducción en los precios agrícolas, o por medio de la libre importación de alimentos con precios menores a los británicos.

Por otra parte, para que la tasa general de ganancia pueda definir a todas las mercancías es necesario que el cereal intervenga en la producción de estas. Porque son las condiciones de la producción agrícola las que determinan la tasa de beneficio en la agricultura y esta, a través de las modificaciones de los precios relativos, acaba por imponerse en todas las ramas como tasa general de beneficio (uniformidad de las tasas de beneficio) (Benetti, 1978: 18)[3]. Con base en la uniformidad de la tasa de ganancia, entonces las ganancias del resto de los procesos de producción van a estar indexadas respecto de la tasa de ganancia agrícola.

Asimismo, las pugnas teóricas entre Ricardo y Malthus redundan en que ambos tienen un punto de vista similar con relación a los principios generales que regulan la renta, pero difieren plenamente en lo que se refiere a las conclusiones de orden político derivadas del análisis teórico del problema. Opuestamente a Malthus, Ricardo se pronuncia a favor de la supresión del proteccionismo agrícola y recomienda la eliminación de todas las medidas restrictivas a la importación de cereales (Klimovsky, 1985: 23).

Esta diferencia en resultados se debe en gran medida a que Malthus vio un vínculo estrecho y directo entre el nivel general de salarios y el precio del cereal. Argumentó en favor de las Leyes Cerealeras, porque pensó que la libre importación

[3] Véase (Klimovsky, 1985: 26, 51-52) y (Benetti, 1978: 18).

de cereales reduciría los precios interiores del cereal y de los salarios y precipitaría a una depresión. Para Ricardo, sin embargo, las Leyes Cerealeras significaban un aumento de salarios y una reducción de los beneficios, y, así, menos acumulación de capital y el fin del crecimiento económico. [(Ekelund y Hébert, 1996: 159) y (cfr. Bidard y Klimovsky, 2014)].

Por lo anterior, se establece que la tasa general de ganancia varía cuando se cultiva una tierra más de menor fertilidad o peor situada. Y la explotación de terrenos de menor fertilidad o más alejados de los centros de consumo disminuye la tasa de ganancia e incrementa la renta[4]. "Según esta teoría, la única contradicción presente en la sociedad es la que enfrenta a capitalistas y terratenientes en materia de distribución del ingreso." (Klimovsky, 1985: 71)[5].

Con ello en mente, el sistema lineal de Ricardo para tres tierras puede representarse de la siguiente manera:

Nomenclatura

k_i= costo unitario de la tierra i-ésima.

p_{ij}= precio relativo del cereal en la tierra i-ésima =p11.

r = tasa de ganancia [uniformidad de la tasa de ganancia]

R_i = renta en la tierra i-ésima.

S= Sistema económico

s=subsistema económico

U_r=Uniformidad de la tasa de ganancia

---

[4] Así, cuando aumentan las rentas de la tierra como argumentaba Ricardo que sucedería con las Leyes Cerealeras, lo hacen a expensas de los beneficios. (Ekelund y Hébert, 1996: 165).

[5] Véase (Moreno, 1983: 9) y (Benetti, 1978: 35).

T_p= tierra de peores condiciones de producción.

A= matriz de coeficientes técnicos

Ā= matriz de coeficientes técnicos dados

ℓ= vector de coeficientes de trabajo dados

C_i= capital individual

C_c= capital circulante

t= periodo

Q_i=producto individual

Condiciones iniciales o axiomas de operatividad:

Axioma 1) $\forall\ s \subset S\ \exists\ f: s \rightarrow U_r$ y $U_r = r: r \in T_p$.

Axioma 2) $\Gamma\{A\} = \{\bar{A}\}$.

Axioma 3) $\forall\ C_i \exists\ C_c$: $\sum_i^n C_i = C_c$ con i=1,…, n, por lo tanto $\sum_i^n C_i = C_c$ se utiliza totalmente en t_i

Axioma 4) $C_i = Q_i \forall$ i= 1,…, n que es la mercancía homotética, que es capital y producto.

Axioma 5) $\Gamma\{S\} = \{S\}$. Un bucle y, por ende, cerrado.

El sistema se describe como sigue:

k_3 (1+r) = p_{11} [tierra de peores condiciones de producción]

k_2 (1+r) + R_2= p_{11}

k_1 (1+r) + R_1= p_{11} [tierra de mejores condiciones de producción].

Y dado que los insumos son cereales y que la técnica está dada los costos unitarios están determinados y como $p_{11}= \frac{p_1}{p_1} = 1$, entonces es posible determinar la tasa de ganancia en la tierra tres o de peores condiciones de producción, puesto que en las otras dos tierras se tiene una ecuación con dos incógnitas y en la tierra de peores condiciones de producción se tiene una ecuación con una incógnita.

Así, $r = \frac{1-k_3}{k_3}$

Es decir, la tasa de ganancia de la economía, debido a la uniformidad de r, está condicionada por las peores condiciones de producción de la tierra menos fértil. Esto en grado tal es significativo cada vez que si aumentan los costos unitarios por cultivarse una tierra de aún peores condiciones de producción lo que se tiene es lo siguiente:

$$\frac{\partial r}{\partial k_i} < 0$$

Puesto que:

$$\frac{\partial r}{\partial k_i} = -\frac{1}{k_i^2}$$

Así, una vez contando con la tasa de ganancia es posible estimar la renta en ambas tierras restantes:

$R_2= p_{11} - k_2 (1+r)$

$R_1= p_{11} – k_1 (1+r)$

Si tomamos la ecuación representativa de la tierra de mejores condiciones de producción se tiene

$R_1= p_{11} – k_1 (1+r)$

Con r = $\frac{1-k_i}{k_i}$

R_1= 1 – k_1 (1+$\frac{1-k_i}{k_i}$) ∀i = 3,…, n; en este sistema

De allí:

R_1 =$\frac{k_i-k_1}{k_i}$∀i= 3,…, n; en este sistema

De tal forma que

$$\frac{\partial R}{\partial k_i}=\frac{k_1}{k_i^2}$$

Y por ello del esquema de Ricardo se sabe que:

$$\frac{\partial r}{\partial R}<0$$

Es decir que existe una interacción negativa entre terratenientes y capitalistas que se puede demostrar de manera particular para nuestro sistema:

$$\frac{\partial r}{\partial R}=\frac{\frac{\partial r}{\partial k_i}}{\frac{\partial R}{\partial k_i}}=\frac{-\frac{1}{k_i^2}}{\frac{k_1}{k_i^2}}=-\frac{1}{k_1}$$

QED

Que es una relación inversa como esperábamos.

De esta forma se visualiza el sistema de Ricardo para un caso específico de tres tierras pero que es generalizable para n tierras dados los axiomas estipulados. Ahora veamos el sistema tasa de ganancia salario cuya relación también es inversa en este caso:

Definición 1:

$(k_1 + w\ell_1)\ (1+r) = p_{11}$con $p_{11}=1$

Definición 2:

$(k_2 + w\ell_2)(1+r) + R=p_{11}$

Definición 3

$$r = \frac{1-(k_1 + w\ell_1)}{k_1 + w\ell_1} = U_r$$

Definición 4

$$R = \frac{k_1 + w\ell_1 - k_2 - w\ell_2}{k_1 + w\ell_1}$$

Lema 1

$$\frac{\partial r}{\partial w} < 0$$

Prueba

$$\frac{\partial r}{\partial w} = -\frac{\ell_1}{(k_1 + w\ell_1)^2}$$

QED

Lema 2

Con $r = U_r$:

$$\frac{\partial R}{\partial w} > 0$$

Prueba

$$\frac{\partial R}{\partial w} = \frac{k_2\ell_1 - k_1\ell_2}{(k_1 + w\ell_1)^2}$$

Que es positiva si y solo si $k_2\ell_1>k_1\ell_2$

Lo que sabemos es que lo costos unitarios de uno o tierra de peores condiciones de producción por definición son mayores que los costos unitarios de la tierra dos o de mejores condiciones de producción $k_1>k_2$ y se sabe que los coeficientes de trabajo en la tierra de peores condiciones de producción son mayores cada vez que se utiliza más trabajo para producir una cuota semejante de cereales que la tierra de mejores condiciones de producción y que por ende, se requiere de menos unidades de trabajo para la tierra de mejores condiciones de producción, esto es $\ell_1>\ell_2$, por ende, queda indefinido cuál será el resultado, puesto que la única forma de saberlos es aplicándolo a un caso particular en donde se cumpla la condición, empero, lo que se tiene es que el lema 2 sólo es operativo si se establece que exista, por una hipótesis *ad hoc*, al menos un resultado favorable para el cual se cumpla el lema 2. Esta indefinición es un dilema en el esquema ricardiano de hecho es el dilema teórico del modelo ricardiano.

Ahora probemos el siguiente teorema:

$$\frac{\partial r}{\partial R} < 0$$

Prueba

$$\frac{\partial r}{\partial R} = -\frac{1}{k_2 + w\ell_2}$$

QED

Pero si ajustamos nuestra respuesta para tratar de demostrar el teorema con base en los resultados obtenidos en el lema 1 y 2 el resultado es también insatisfactorio, lo cual demuestra que existe una controversia en esa sección de la propuesta teorética de Ricardo, veámoslo:

$$\frac{\partial r}{\partial R}=\frac{\frac{\partial r}{\partial w}}{\frac{\partial R}{\partial w}}=\frac{-\frac{\ell_1}{(k_1+w\ell_1)^2}}{\frac{k_2\ell_1-k_1\ell_2}{(k_1+w\ell_1)^2}}=-\frac{\ell_1}{k_2\ell_1-k_1\ell_2}$$

Este resultado nos indica que a menos de que $k_2\ell_1>k_1\ell_2$ se mantendrá la relación inversa entre tasa de ganancia y renta.

III. Atractores y Estabilidad Asintótica: un Sistema No-Lineal.

III.1 Atractores.

Dentro de los sistemas dinámicos no lineales están los caóticos o no. Lo cual implica determinar el grado de caosticidad de un sistema, condición que provee de los elementos necesarios para identificar cuando se está hablando de caos y cuando no. Para dar una referencia breve al respecto se considera en un primer momento exponer la tipología general de los atractores.

El uso de un atractor [(Serón, 2000) y (Pérez, 2015)] implica que los objetos identificados se agrupen en un espacio determinado con un cierto grado de dispersión. Así, dado V un subconjunto de R^n y F: V → R^n, donde n=1, 2 o 3. También dado A un subconjunto de V. Entonces A es un atractor de F sujeto a las siguientes condiciones:

1) A es un cerrado e invariante[6] subconjunto de V.

2) Existe una vecindad U de A tal que cada vez que v está en U entonces $F^{(k)}(v) \rightarrow A$ (en el sentido de que para cada $\epsilon>0$, hay un entero positivo N tal que si $k \geq N$, allí existe un w_k en A tal que $\|F^{(k)}(v)-w_k\|<\epsilon$) lo que nos indica la delimitación del atractor a un espacio determinado. Los atractores, como su nombre lo indica, son una representación de las condiciones tendenciales y de variación, sin salir de un rango de evolución y que se gesta como resultado del patrón que tienen los parámetros de ecuaciones dadas que permiten su existencia.

Estos pueden ser atractores no caóticos y atractores caóticos, estos últimos también son conocidos como atractores extraños. Dentro de los atractores no caóticos se encuentran aquellos cuya tendencia coincide con un punto fijo o una zona fija de atracción sin variación en su esquema tendencial o de evolución estadística. La cual, se determina con un alto grado de probabilidad. Esto implica que este tipo de atractores, debido a su estructura, sea predecible su evolución con un alto grado de certeza. A estos también se les identifica como atractores simples.

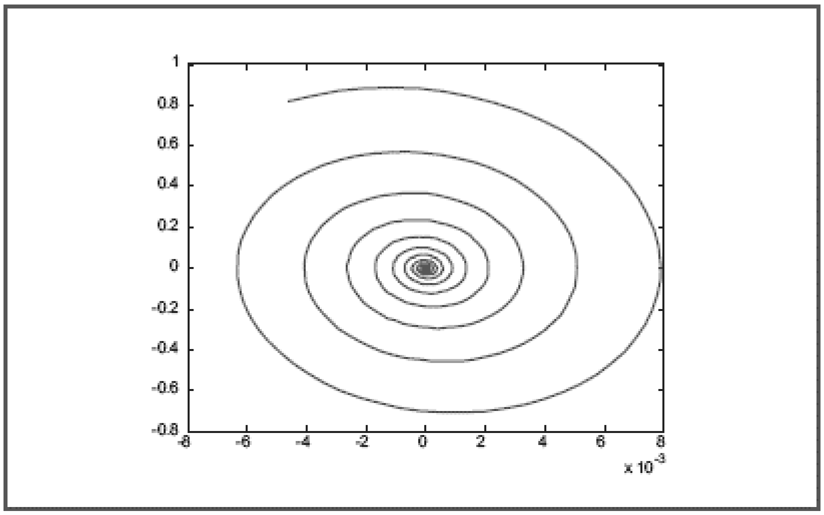
En este sentido, los atractores simples (véanse esquema 1 y 2) son una forma particular de determinación de los comportamientos dinámicos de las estructuras espacio-temporales, que bajo ciertas características los de punto fijo pudiesen corresponder con factores relacionados con algunas pautas de comportamiento en los sistemas clásicos de la Economía.

Así, queda establecido que el tipo de atractor simple puede dividirse en dos:

[6] La invarianza significa que las iteraciones de cualquier punto en A están también en A.

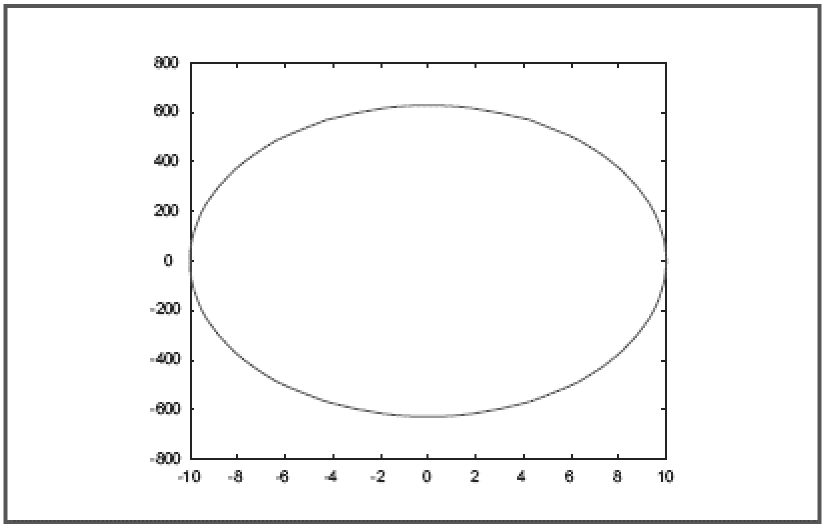
“el punto atractor, que corresponde a un estado estacionario del sistema, nada ocurre al transcurrir el tiempo; 2) el atractor *de ciclo límite*, que indica un comportamiento periódico, lo que implica, además, que, si bien el sistema es disipativo y, por lo tanto, va perdiendo su energía, ésta se va reponiendo por la entrega de energía de alguna fuente exterior.” (Sametband, 1999: 60).

Esquema 1: Atractor de punto fijo



Fuente: (Romanelli, 2006: figura 1)

Esquema 2: Atractor de ciclo límite

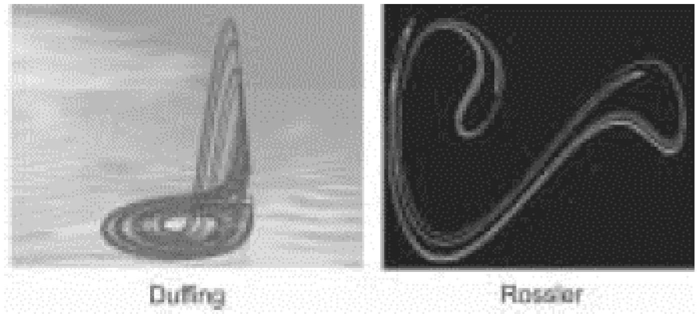


Fuente: (Romanelli, 2006: figura 2)

En estos casos pueden ser construidos sistemas de ecuaciones con un grado de complejidad relativamente bajo. Sin embargo, muchas de las veces los fenómenos sociales vinculados a la Economía no corresponden con estas condiciones. Una gran parte de los fenómenos sociales operan bajo patrones de mayor grado de complejidad, lo cual, implica que su dinámica requiere de sistemas que tiene que ver más con los atractores de tipo extraño (véanse esquemas 3 y 4).

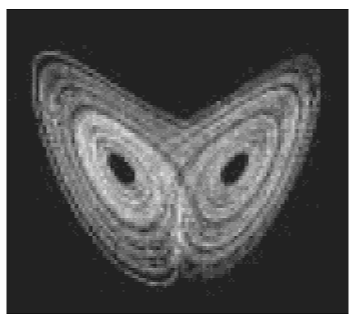
Los atractores extraños o meramente caóticos, corresponden con los sistemas que tienden a ser altamente irregulares, cabe destacar que el nombre de "atractor extraño le fue dado por D. Ruelle y F. Tankes" (Cambel, 1999: 70). Dentro de los atractores extraños o atractores caóticos representativos de este tipo de soluciones matemáticas se tiene el clásico atractor de Lorenz (véase esquema 4).

Esquema 3: Atractor extraño de los tipos Duffing y Rössler



Fuente: (Romanelli, 2006: figura 4)

Esquema 4: Atractor extraño del tipo Lorenz



Fuente: (Romanelli, 2006: figura 6)

Estos atractores contemplan la no existencia de un periodo preciso de transcurso de las trayectorias. Y pueden utilizarse para el modelado de problemáticas en los sistemas clásicos de crecimiento o acumulación económica.

III.2 Asintóticamente estable [AE].

Enunciamos la existencia del Teorema de estabilidad:

Teorema 1 (Lyapunov). Sea el origen x = 0 un Punto de Equilibrio y sea D $\subset R^n$ un dominio que contiene el origen. Sea V: D →R una función continuamente diferenciable tal que

V (0) = 0 y V(x) > 0 en D - $\{0\}$ ……………… (1)

$\mathring{V}(x) \leq 0$ en D………………………………… (2)

Entonces x=0 es estable. Más aún, si

$\mathring{V}(x)<0$ en D - $\{0\}$……………………………… (3)

Entonces x=0 es AE

IV. Determinación de precios en el horizonte clásico: estabilidad y asintóticamente estable.

En esta sección modelamos un sistema no lineal [véanse: (Prigogine, 1999), (Zill, 2007), (Haddad y Chellaboina, 2008), (Solé y Manrubia, 2009) y (Gandolfo, 2010)] para una economía ricardiana, que presenta un conjunto de elementos asintóticamente estables [véase Seron, 2000].

Con ello en mente, se estableció que el modelo de acumulación biecuacional para los sistemas ricardianos económicos no lineales es el siguiente:

$$\left| e^{-(r+((R_0)0.1t))}\left(sen(wl_1-((R_0)0.1t)\right)\right| = P_{11}$$

$$\left| e^{-(r+((R_1)0.1t))}\left(sen(wl_2-((R_1)0.1t)\right)\right| = p_{21}$$

Donde, el costo unitario k es igual con 0.1, y la primera ecuación tiene dos variables por conocer: la tasa de ganancia r y una renta R, con el salario exógeno. Y la segunda ecuación aparte de desconocerse la tasa de ganancia y la renta se desconoce el precio relativo P_{21}. Por ende, para resolver el sistema sólo se necesita despejar de la primera ecuación a r y convertir la renta endógena en exógena y luego encontrar p_{21}.

Ahora se requiere verificar que la relación entre la cuota de ganancia y la renta sea una relación inversa, para ello, necesitamos poner a la tasa de ganancia en función de la renta y que ambas sean variables.

Considerando a p_{11}=1 t despejando la función seno se tiene que:

$$\left| e^{-(r+((R_0).01t))} = \frac{1}{\left(sen(wl_1 - ((R_0)0.1t)\right)} \right|$$

Aplicando logaritmos tenemos:

$$\left| -(r+((R_0)0.1t)) = \log \frac{1}{\left(sen(wl_1 - ((R_0)0.1t)\right)} \right|$$

De igual manera tenemos

$$\left| -(r+((R_0)0.1t)) = \log 1 - \log\left(sen(wl_1 - ((R_0)0.1t)\right) \right|$$

Despejando

$$\left| r = \log\left(sen(wl_1 - ((R_0)0.1t)\right) + ((R_0)0.1t)) \right|$$

Y podemos derivar no el valor absoluto sino el sistema al interior de este respecto de la renta R:

$$\frac{\partial r}{\partial R_0}=\frac{\cos(w l_1-((R_0)0.1t)(-0.1t)}{sen(w l_1-((R_0)0.1t)}+(0.1t)$$

Que es igual con:

$$\frac{\partial r}{\partial R_0}=-0.1t((\cot(w l_1-((R_0)0.1t)))-1)$$

Recordando que la cot(-α)=-cot(α) se tiene que:

Sí

a) $(w l_1>((R_0)0.1t)))$ entonces la $\frac{\partial r}{\partial R_0}<0$ y por lo tanto se cumple la relación inversa entre cuota de ganancia r y renta R, es decir, se cumple el caso Ricardo.

Sí

b) $(w l_1<((R_0)0.1t)))$ Entonces la $\frac{\partial r}{\partial R_0}<0$ sí y sólo si esta operación $-0.1t((\cot(w l_1-((R_0)0.1t))$ es menor que 1.

Por ende, se acepta un sistema económico ricardiano no lineal con restricciones.

De esta manera, para un modelo teórico con los siguientes valores el precio 1 es asintóticamente estable (véase gráfica 1), por ende, en el infinito tiende a un punto estable (Prigogine y Stengers, 1990).

Valores:

R_0=0.9

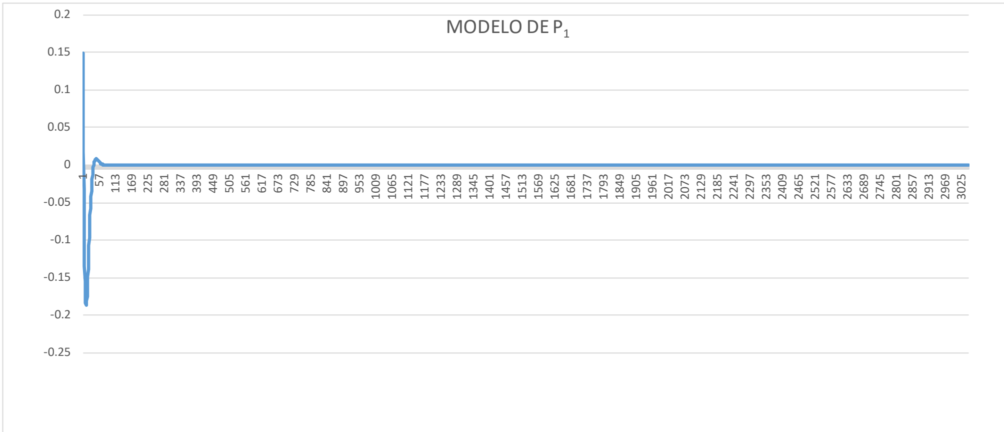
r=0.25

w=1.5

l_1=0.2

k=0.1

Gráfica 1: Modelo teórico de cálculo del precio p_1.



Fuente: Elaboración propia.

Con base en esta gráfica se observa una tendencia asintótica al final de la curva, una muestra de esta tendencia corresponde con el hecho de que, para un valor, en 3050 años, es decir, para el 5070 el valor del parámetro es sumamente pequeño, pero no cero: 3.673×10^{-120}. Esto indica que la ecuación general ofrece resultados asintóticos y donde:

$$\lim_{t \to \infty} p_1(r, R, w, t) = 0$$

Lo que teóricamente nos indica que bajo esas condiciones la trayectoria es asintóticamente estable.

IV. Tasa de ganancia y acumulación, ¿estancamiento?

En esta sección se describe bajo una metodología holista, la congruencia de modelar los cálculos de la tasa de ganancia sectorial respecto de la natural, bajo el enfoque de estabilidad y asintóticamente estable. Puesto que cualquier situación de inestabilidad implica que el sistema de acumulación no se agota. Por ende, se establecen trayectorias tendenciales, siendo indeterminado el proceso acumulativo del sistema clásico ricardiano.

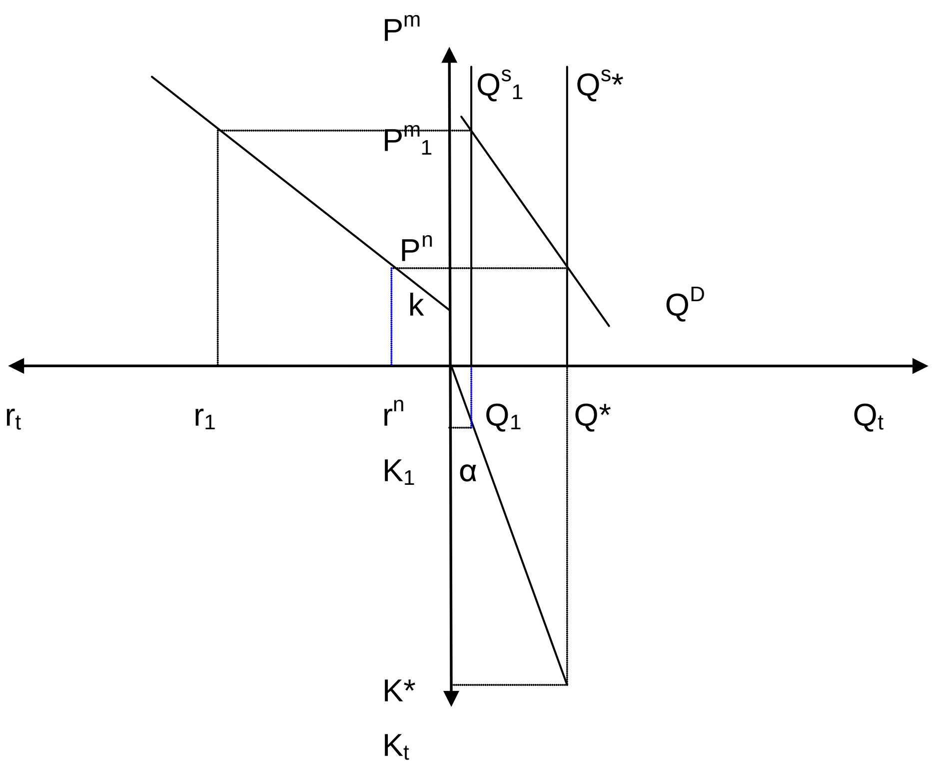
Lo relevante de esta argumentación son los tres procesos que inician con la tendencia del precio de mercado, que es el precio obtenido por la interacción de la oferta y la demanda, al precio natural (véase gráfica 2). Que es un precio considerado como natural en el sentido en que se expresaba a la ciencia física como filosofía natural entre los siglos XVIII y XIX, y que en la búsqueda de que este precio fuese dado como fuera de los confines o de las decisiones de los individuos pudiese muy bien estar dado por la naturaleza propia del sistema.

Esta es nuestra primera tendencia y esencialmente lo más relevante puesto que si el precio de mercado tiende al precio natural, se debe a la estabilidad del sistema y a un proceso de “estancamiento” del sector de que se trate. De tal forma que si el precio de mercado tiende al natural en ese momento los industriales decidirán cambiar de sector económico donde invertir sus capitales, lo cual se debe a que opera la segunda tendencia, cuando la tasa de ganancia sectorial que se liga con el precio de mercado tiende a ser igual a la tasa de ganancia natural que se relaciona con el precio natural. Este proceso es relevante puesto que cada vez que dichas tasas se igualan el capitalista deja de invertir y ello media para que el proceso de acumulación se detenga en un stock de capital determinado, este stock corresponde con la dinámica del capital, en el sentido de que la dinámica la cual ya no continua en cuanto el stock de capital invertido sea igual al de equilibrio, que bien puede ser estable o asintóticamente estable.

Ahora todo el proceso es el siguiente (véase gráfica 2) anotando en primer término la nomenclatura:

K= Stock de capital. K*= Stock de capital de estancamiento. k= costo unitario. Q= Cantidad. Q^D= Curva de demanda. Q^S= Curva de oferta. P^m= Precio de mercado. P^n= Precio natural. r_t= Tasa de ganancia sectorial. r^n= Tasa de ganancia natural. α= Proceso de producción. I_t= Inversión. g= tasa de acumulación. Υ= coeficiente de reacción.

Gráfica 2



Fuente: elaboración propia con base en Leriche y Moreno (2000).

En este caso se inicia con un stock de capital determinado que a través de un proceso de producción α se transforma en una oferta de mercancías y dada la demanda se establece una interacción entre oferta y demanda que determinan el nivel del precio de mercado, una vez obtenido el precio de mercado este se coteja en relación con el costo unitario y si el precio de mercado es mayor que el costo unitario entonces se tendrá una tasa de ganancia positiva y mayor que la tasa de ganancia natural cada vez que el precio de mercado sea mayor que el precio natural. De esto se desprende que el proceso continúa hasta que el stock de capital corresponde con el stock de capital máximo acumulable, el cual ocurre cuando el precio de mercado es igual con el precio natural y, por ende, la tasa de ganancia sectorial será igual que la tasa de ganancia natural. Para el cálculo específico de este proceso se tienen las siguientes formulaciones [el modelo de estancamiento lineal se hizo con referencia a [Leriche y Moreno, 2000]:

Primero se define una función de oferta Q^s.

$Q^s = \alpha K_t$

Donde:

α= el proceso de producción igual con la inversa del capital unitario k, y

K_t= el stock de capital

Con $k=10$ y $K_t=1000$

En segundo lugar, se estipula una función de demanda Q^d.

$Q^d=-40P^m+1000$

Donde:

P^m=precio de mercado

De aquí se desprende que se requiere estimar el precio de mercado para ello, siguiendo el esquema, se establece que el precio de mercado va a estar determinado por la interacción entre la oferta y la demanda, así:

$Q^s= \alpha K_t=-40P^m+1000=Q^d$

Con ello $0.1(1000)-1000=-40P^m$

Resolviendo y despejando

$P^m = \frac{-900}{-40} = 22.5$

Una vez obtenido el precio de mercado se procede a encontrar la tasa de ganancia sectorial r_t que es igual a la diferencia entre el precio de mercado menos el costo unitario de dicha mercancía y todo ello como proporción del costo unitario

$r_t = \frac{p^m - k}{k} = \frac{22.5-10}{10} = 1.25$

Realizado esto se procede a establecer si el sistema continuará en un proceso de acumulación de capital para ello es necesario establecer exógenamente la tasa de ganancia natural r^n, la cual se establece como igual a 0.25, siendo así se observa el diferencial de tasas dada una tasa de acumulación gt a un nivel de coeficiente de reacción determinado $\boldsymbol{\Upsilon}$: donde si el coeficiente de reacción es cercano a 0 el proceso de acumulación es muy lento y si es cercano a 1 el proceso de acumulación es muy rápido, en este caso se emplea un coeficiente de reacción de 0.8, con ello:

$g_t = \boldsymbol{\Upsilon}(r_t - r^n) = 0.8(1.25 - .25) = 0.8$

Así, con base en la tasa de acumulación es posible determinar el monto de la inversión I_t, a través de lo siguiente:

$It = g_t K_t = .8(1000) = 800$

Con la inversión puede determinarse cuál será el monto de stock de capital para el siguiente periodo K_{t+1}.

$K_{t+1} = I_t + K_t = 800 + 1000 = 1800$

Este proceso continúa, sin modificar la función de demanda, puesto que esta se determina de antemano. Pero, ¿hasta cuándo se detendrá el proceso? Siguiendo a los clásicos el proceso se detendrá cuando el precio de mercado sea igual al precio natural momento en el cual la tasa de ganancia sectorial será igual a la tasa de ganancia natural, y por el diferencial de tasas, la acumulación será igual con cero.

Este proceso puede seguirse paso por paso hasta completar toda una tabla, sin embargo, si el proceso se elabora con un coeficiente de reacción igual con 0.1 prácticamente uno encuentra la solución hasta cerca del 150^{avo}paso, lo cual puede ser muy exhaustivo; entonces, ¿qué hacer? Existe una forma de obtener la solución final sin realizar todos los pasos, y este es a través del siguiente método:

Primero, se considera que en el largo plazo la tasa de ganancia sectorial será igual que la tasa de ganancia natural, entonces se toma a la tasa de ganancia como igual con 0.25, esta se sustituye en la fórmula para obtener la tasa de ganancia sectorial y se considera que dado que el costo unitario es fijo sólo hay que despejar el precio: que en este caso no corresponde con el precio de mercado sino con el precio natural, así:

$r^n = \frac{P^n - k}{k}$, $P^n = r^n(k) + k = 0.25(10)+10 = 2.5+10 = 12.5$

Una vez que se tiene el precio sólo resta obtener el stock de capital al cual dejará de existir acumulación, esto se obtiene de la siguiente manera: de la igualación de la cantidad ofrecida y demandada se sustituye el precio de mercado por el precio natural, se hacen los despejes necesarios y se obtiene el valor de K*:

$Q^s = \alpha K_t = -40P^n + 1000 = Q^d$

$0.1K^* = -40(12.5)+1000 = 0.1K^* = -500+1000 = K^* = \frac{500}{0.1} = 5000$

Con ello, se tiene sin realizar todo el proceso de cálculos el precio natural y su correspondiente stock de capital de estancamiento K*, en este caso el sistema corresponde con uno estable y de punto fijo.

Empero, este sistema también puede ser considerado no como un atractor de punto fijo, sino como un punto asintóticamente estable que habla de que el sistema es estable pero que sólo se igualan el precio natural y el de mercado en el infinito por la múltiple flotación del precio de mercado alrededor del precio natural.

Ello en nuestro esquema de cuatro cuadrantes queda representado por:

Primero se define una función de oferta Q^s.

$Q^s = \alpha K_t$

Donde:

α= el proceso de producción igual con la inversa del capital unitario k, y

K_t= el stock de capital

Con $k=10$ y $K_t=1000$

En segundo lugar, se estipula una función de demanda Q^d.

$Q^d=-40P^m+1000$

Donde:

P^m=precio de mercado

De aquí se desprende que se requiere estimar el precio de mercado para ello, siguiendo el esquema, se establece que el precio de mercado va a estar determinado por la interacción entre la oferta y la demanda, así:

$Q^s= \alpha K_t=-40P^m+1000=Q^d$

Con ello $0.1(1000)-1000=-40P^m$

Resolviendo y despejando

$P^m = \frac{-900}{-40} = 22.5$

Una vez obtenido el precio de mercado se procede a encontrar la tasa de ganancia sectorial r_t que es igual a la diferencia entre el precio de mercado menos el costo unitario de dicha mercancía y todo ello como proporción del costo unitario

$r_t = \frac{p^m - k}{k} = \frac{22.5-10}{10} = 1.25$

Realizado esto se procede a establecer si el sistema continuará en un proceso de acumulación de capital para ello es necesario establecer exógenamente la tasa de ganancia natural r^n, la cual se establece como igual a 0.25, siendo así se observa el diferencial de tasas dada una tasa de acumulación gt a un nivel de coeficiente de reacción determinado γ: donde si el coeficiente de reacción es cercano a 0 el proceso de acumulación es muy lento y si es cercano a 1 el proceso de acumulación es muy rápido, en este caso se emplea un coeficiente de reacción de 0.0001, con ello:

$g_t = \gamma(r_t - r^n) = 0.0001(1.25 - .25) = 0.0001$

Con base en la tasa de acumulación es posible determinar el monto de la inversión I_t, a través de lo siguiente:

$It = g_t K_t = .0001(1000) = 0.1$

Con la inversión puede determinarse cuál será el monto de stock de capital para el siguiente periodo K_{t+1}.

$K_{t+1} = I_t + K_t = 0.1 + 1000 = 1000.1$

Así como ya se había mencionado más arriba el proceso continúa sin modificar la función de demanda hasta que se iguale el precio de mercado con el natural y la tasa de ganancia sectorial se iguale con la tasa general, lo cual para este caso sucede en una condición de asintóticamente estable.

Claro es que sabemos cuándo se detendrá el proceso en términos del stock de capital, pero cuánto tardará ello no lo sabemos. En este sentido, la tendencia es un punto de equilibrio asintóticamente estable.

Lo anterior ocurre para un modelo de precios lineal, pero veamos que ocurre con el cálculo de la tasa de ganancia para nuestro modelo no lineal. En este caso para una serie de 58 años con los siguientes parámetros:

R_0=de 0.0001 incrementándose 0,0001 cada año

r=?

w=1.5

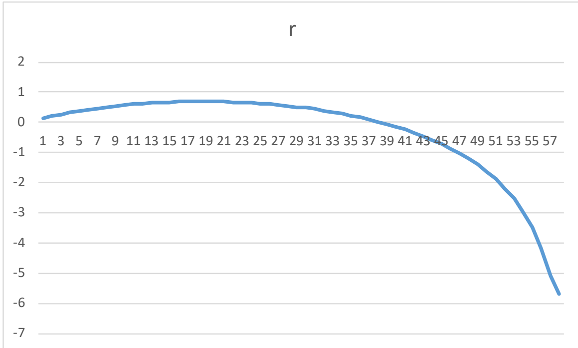
l_1=0.5 incrementándose en 0.1 cada año

k=0.1

t=1 a 58 años

El resultado es un ligero incremento de la cuota de ganancia hasta que pasa a ser negativa. Por ende, modela un proceso de acumulación que llega al estancamiento en 58 años y cruzando el cero a los 43 años (véase gráfica 3).

Gráfica 3: Estancamiento del sistema económico, según valores para la cuota de ganancia r



Fuente: elaboración propia con base en el cálculo de r.

Ahora nos preguntamos si este estancamiento es permanente o no, para verificarlo se simulo el modelo hasta 5000 años, es decir, para el 7020. Y lo que se encontró fue lo siguiente (véase gráfica 4):

Para los parámetros siguientes se calculó r:

R_0=de 0.00001 incrementándose 0.00001 cada año

r=?

w=8

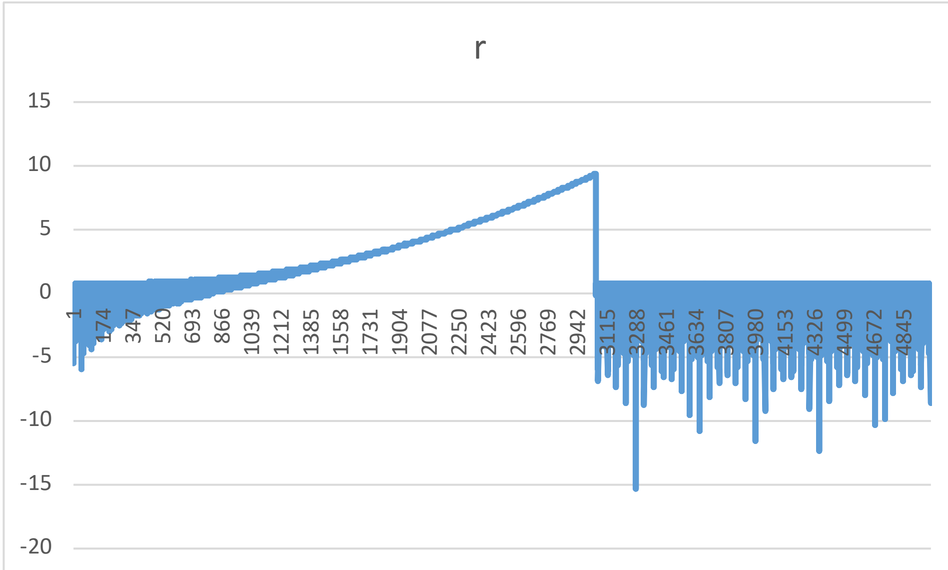
l_1=0.5 incrementándose en 0.1 cada año

k=0.1

t=1 a 5000 años

A

Gráfica 4: Estancamiento acumulativo o ciclos del capital para la cuota de ganancia r



Fuente: elaboración propia con base en el cálculo de r.

Lo que se observa para el modelo no lineal es que el proceso de acumulación sufrirá paulatinos estancamientos seguidos de recuperaciones que llevaran al sistema a una acumulación estable y positiva de r en un punto determinado cercano a .5 ósea a una tasa de ganancia máxima y estable del 50 por cien, en el infinito distante del origen.

Esto implica que el sistema no lineal representa el estancamiento en un ciclo del capital. Pero, también representa la recuperación del sistema capitalista vía la recuperación de la cuota de ganancia. En este sentido, el modelo lineal es un modelo parcial del modelo no lineal general.

V. Conclusiones.

Las reflexiones finales son las siguientes: en primer término, se estableció un panorama sobre las relaciones entre ganancia, renta y salario identificando que los procesos, tasa de ganancia *vs* renta, y tasa de ganancia *vs* salario son relaciones inversas. Lo cual implica que los procesos de acumulación a través de contar con una tasa de ganancia sectorial o no por encima de la tasa de ganancia natural, corresponden con la contracción de la tasa de ganancia cada vez que aumenta la renta de los terratenientes aumentando el costo de la fuerza de trabajo vía bienes salario. Esto en u esquema de corte lineal.

El proceso de acumulación es difícil y puede transitar por tres estados: la estabilidad, la estabilidad asintótica y la inestabilidad. La inestabilidad implica el descontrol del sistema al no encontrar un punto de equilibrio o una tendencia asintótica a dicho punto de equilibrio.

Asimismo, la estabilidad asintótica implica la existencia de un punto de equilibrio que corresponde con el estancamiento del sistema que puede llegar en el mediano plazo o largo plazo [que puede extenderse hasta el infinito]. Simplemente en el modelo no lineal se representa un sistema dinámico complejo, que conlleva la estabilidad asintótica de los precios al no ser cero aun en el 5070.

En el caso de la acumulación garantizada por la revisión de la tasa de ganancia r, se observa que es posible, en el modelo no lineal, modelar dos cuestiones. Primero, el estancamiento del sistema a tasas negativas en 58 años. Y segundo, que esta no es una situación final, sino que abra una serie de estancamientos y recuperaciones del sistema económico capitalista hasta tender a un nivel de tasa de ganancia del 50 por cien en 5000 años. Esto indica que suponer el estancamiento final del sistema es acertado para dicho periodo.

VI. Bibliografía citada.

Benetti, Carlo (1978). *Valor y Distribución*, Madrid; España: Saltés.

Bidard, Christian y Edith Klimovsky (2014). *Capital, Salario y Crisis*, CDMX: UAM-Azcapotzalco y Siglo XXI.

Cambel, A. (1999), *Applied Chaos Theory: a paradigm for complexity*, USA, Academic Press.

Cannan, Edwin (2003). *Ricardo en el Parlamento*. Volumen 4 de 1894. Mimeo.

Ekelund, Robert y Robert Hébert (1996). *Historia de la teoría económica y de su método*, Madrid; España: FCE.

Gleick, J. (2012), *Caos: la creación de una ciencia*, Barcelona, Crítica.

Haddad, Wassim y VijaySekar Chellaboina (2008). *Nonlinear Dynamical Systems and Control*, New Jersey: Princeton University Press.136-147

Kapitaniak, T. (2000). *Chaos for engineers*, Berlin; Germany: Springer Verlag.

Klimovsky, Edith (1995). "Una crítica de la ley de rendimientos decrecientes extensivos ". En *Revista Análisis Económico.* Volumen XII Número 26, México: UAM-Azcapotzalco.

------- (1985). *Renta y Ganancia en la Economía Política Clásica*, México: UAM-Azcapotzalco.

------- (1983). "Fertilidad, Rentabilidad y Selección de Técnicas ". En *Revista Análisis Económico.* Volumen II Número 1, México: UAM-Azcapotzalco.

Leriche, Cristian y Rafael Moreno (2000). "Sobre los conceptos clásicos "precio de mercado" y "precio natural". En: Revista *Análisis Económico*, número 31: UAM-Azcapotzalco.

Moreno, Rafael (1994). "Efectos del progreso técnico sobre la rentabilidad." En *Revista Análisis Económico.* Volumen XII Números 24/25, México: UAM-Azcapotzalco.

------- (1983). “Notas sobre la función del concepto valor en la problemática ricardiana.“ En *Revista Análisis Económico.* Volumen II Número 1, México: UAM-Azcapotzalco.

Prigogine, Ilya (1999). *Las leyes del caos*, Barcelona: Crítica.

------- e Isabelle Stengers (1990). *Entre el Tiempo y la Eternidad*, Madrid: Alianza.

Puu, Tönu (2000). *Attractors, bifurcations and chaos*, Berlin: Springer Verlag.

Ricardo, David (1985). *Principios de Economía Política y Tributación*, México: FCE.

Romanelli, Lilia (2006). “Teoría del caos en los sistemas biológicos”, en: *Revista Argentina de Cardiología*, Argentina, número 6 volumen 74, pp. 478-482.

Sametband, Moisés (1999). *Entre el orden y el caos la complejidad*, México: FCE.

Seron, María Marta (2000). *Sistemas no lineales*: *notas de clase*, Colombia: Universidad del Rosario, Mimeo.

Solé, Ricard y Susanna Manrubia (2009). Orden y caos en sistemas complejos: Fundamentos, Cataluña: Edicions Universitat Politècnica de Catalunya.

Bibliografía complementaria.

Arjón, Pedro (2006). “La teoría de las utilidades de David Ricardo en el Ensayo y la teoría de Edward West”, en: revista *Investigación Económica*, México, núm. 258, vol. 65 oct.-dic.

Fujita, M., Krugman, P. y Venables, A. (2000), *Economía Espacial*, Barcelona, Ariel.

Gandolfo, Giancarlo (2010). *Economic Dynamics*, Heidelberg: Springer-Verlag cap 24 y 25.

Munkres, James (2002). *Topología*, Madrid: Prentice Hall.

Peitgen, Heinz-Otto, Hartmurt Jürgens y Dietmar Saupe (2004). *Chaos and Fractals: New Frontiers of Science*, New York: Springer Verlag.

Zill, Dennis (2007). *Ecuaciones diferenciales: con aplicaciones de modelado*, México: Thomson.